



## Metodologia para Determinação das Curvas de Tração e Disponível e Requerida para uma Aeronave em Regime de Voo Subsônico.

**Luiz Eduardo Miranda José Rodrigues**

**Professor MSc.**

**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo**

[luizeduardo@cefetsp.br](mailto:luizeduardo@cefetsp.br)

**José Rafael Schiezari Rú Barnabe**

**Aluno de Gestão da Produção Industrial**

**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo**

[ze\\_srb@hotmail.com](mailto:ze_srb@hotmail.com)

[ze.srbsrb@gmail.com](mailto:ze.srbsrb@gmail.com)

### Resumo:

Este artigo aborda uma introdução, sobre alguns conceitos aeronáuticos fundamentais como força de sustentação e de arrasto, além de, mostrar uma forma bastante genérica do que são e como se calculam as curvas de tração e disponível e requerida para uma aeronave leve em regime de voo subsônico.

### Palavras-chave

Tração Disponível; Tração Requerida; Desempenho de Aviões.

### 1 – Introdução

Inicialmente serão abordadas as definições das forças atuantes em um avião para que ele atue em um voo reto e nivelado, no qual são baseados a maioria dos cálculos do projeto.

A força de sustentação ( $L$ ) é responsável por garantir e manter o avião voando em plena segurança, e sendo assim, tem que ser maior ou igual à força peso. Ela se caracteriza pela diferença de pressão entre o intradorso e o extradorso da asa do avião, portanto quanto maior o fluxo de ar em um perfil da asa de um avião, mais sustentação ele gera. Pode-se entender melhor esse conceito através da aplicação da terceira lei de Newton e do princípio de Bernoulli.

A equação utilizada para determinar essa força é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_L \quad (1)$$

onde  $\rho$  é o valor da densidade do ar,  $S$  é a área da asa,  $v$  representa a velocidade da aeronave e  $C_L$  é o coeficiente de sustentação da asa.

A força peso ( $W$ ): é uma força exercida pela gravidade, e que “puxa” não só o avião para baixo, mas também todos os corpos que possuem massa. Ela pode ser calculada utilizando a equação  $W = m \cdot g$ , na qual  $W$  é a força peso,  $m$  é a massa do objeto e  $g$  é igual à gravidade do local (vale lembrar que  $g_{terrestre} = 9,81 \text{ m/s}^2$ ).

A força de tração ( $T$ ): também chamada de empuxo, é uma força produzida pela conversão do torque gerado pelo motor em empuxo por meio da hélice, fazendo assim, o avião se movimentar para frente. Esta pode alterar o seu valor quando existe variação de velocidade e altitude.

A força de arrasto ( $D$ ): é uma força que se opõe ao movimento do avião e que prejudica o seu voo. A força de arrasto se divide em varias componentes como por exemplo: arrasto de interferência (causado pela interação do campo dos escoamentos ao redor de cada componente da aeronave), arrasto de perfil (soma do arrasto de atrito com o arrasto de pressão, e é empregado quando se realiza a análise de um aerofólio),

arrasto induzido (depende da geração de sustentação, causado pelo arrasto do escoamento induzido que por sua vez se associa aos vórtices de ponta de asa) e arrasto parasita (é a parcela do arrasto total do avião menos o induzido).

A força de arrasto infelizmente não pode ser extinta, porém com um estudo detalhado de aerodinâmica, é possível reduzir em muito a atuação dela.

A fórmula para calcular o arrasto é dada por:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_D \quad (2)$$

onde  $\rho$  é o valor da densidade do ar,  $S$  é a área da asa,  $v$  é a velocidade de voo e  $C_D$  é o coeficiente de arrasto.

A Figura 1, mostra mais claramente essas forças atuando em um avião.

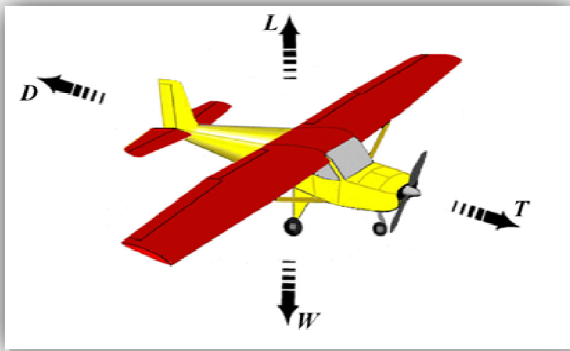


Figura 1 – Forças atuantes em um avião durante o voo nivelado.

## 2 – Curvas de Tração Disponível e Requerida

Este representa um ponto fundamental para se definir a capacidade de vôo da aeronave em projeto, o modelo matemático utilizado segue as equações de equilíbrio da estática e as equações fundamentais das forças de sustentação e arrasto, além de utilizar amplamente a equação da polar de arrasto e os conceitos de propulsão da aeronave em estudo. Portanto, a partir desse ponto é apresentado o estreito relacionamento existente entre a aerodinâmica e seu

respectivo desdobramento nas qualidades de desempenho.

**Tração Disponível:** a tração disponível representa o quanto de empuxo a hélice em uso é capaz de fornecer para a aeronave. As curvas de tração disponível que estão apresentadas na Figura 2 foram obtidas de acordo com o estudo realizado para se avaliar alguns modelos de hélice utilizadas nas aeronaves que participam da competição AeroDesign. Estas curvas podem ser obtidas mediante a aplicação de conceitos que vão desde uma modelagem teórica, bem como uma análise prática com a utilização de dinamômetros, softwares específicos ou ainda ensaios em campo ou túnel de vento.

Este último torna-se mais complicado, pois, a maioria das universidades não possui um túnel de vento e os poucos instalados no Brasil se encontram em centros de pesquisa avançada e possuem um acesso complicado e muitas vezes com um custo elevado.

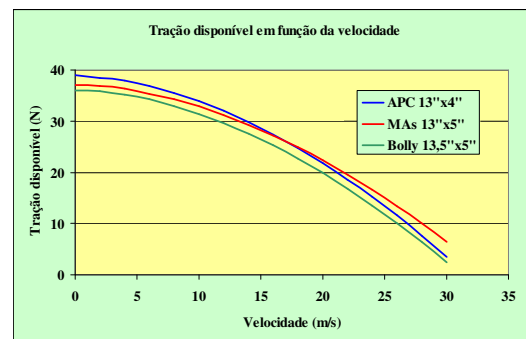


Figura 2 – Curvas de tração disponível de algumas hélices comerciais.

**Tração requerida:** para a realização do cálculo da tração requerida pela aeronave, considere um avião em vôo reto e nivelado com velocidade constante no qual o valor da tração requerida depende diretamente das quatro forças que atuam na aeronave, assim, tem-se que:

$$T_R = D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_D \quad (3)$$

e

$$W = L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_L \quad (4)$$

Dividindo-se a Equação (3) pela Equação (4), tem-se que:

$$\frac{T_R}{W} = \frac{D}{L} = \frac{1/2 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_D}{1/2 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_L} \quad (5)$$

Portanto, a tração requerida para se manter o vôo da aeronave em uma determinada velocidade é:

$$T_R = \frac{W}{C_L/C_D} \quad (6)$$

A análise da Equação (6) permite observar que a tração requerida de uma aeronave é inversamente proporcional à eficiência aerodinâmica da mesma e diretamente proporcional ao peso, ou seja, quanto maior for o valor do peso da aeronave maior deve ser a tração requerida para se manter o vôo ao passo que quanto maior for a eficiência aerodinâmica para um determinado peso menor será a tração requerida, portanto, aqui já se faz presente uma primeira relação entre a aerodinâmica e a análise de desempenho, pois como forma de se melhorar o desempenho com a redução da tração requerida para uma certa condição de vôo se faz necessário o aumento da eficiência aerodinâmica da aeronave que pode ser obtida a partir da seleção ótima do perfil aerodinâmico, da forma geométrica da asa e com a minimização do arrasto total, recaindo portanto em uma análise muito confiável da polar de arrasto da aeronave em estudo.

Geralmente a variação da tração requerida em função da velocidade e da altitude de vôo é representada em um gráfico como forma de se obter um melhor retrato do desempenho em diferentes condições de vôo. Este gráfico possui uma forma genérica para qualquer tipo de aeronave atingindo um valor mínimo para uma determinada velocidade de vôo. Para baixas velocidades, a tração requerida possui um valor elevado devido principalmente aos efeitos do arrasto induzido. Para o caso de elevadas velocidades, a tração requerida também é

alta, porém agora influenciada diretamente pelo arrasto parasita que aumenta para maiores velocidades de vôo.

A Figura 3 mostra um modelo genérico para a curva de tração requerida de uma aeronave.

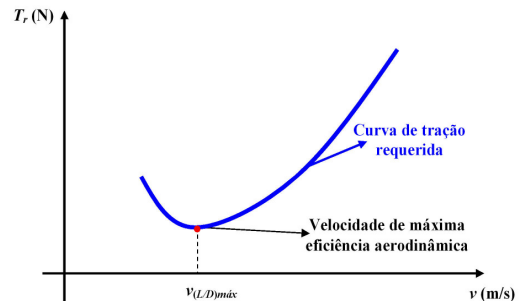


Figura 3 – Representação genérica da curva de tração requerida de uma aeronave em função da velocidade de vôo.

Neste gráfico, o ponto de mínima tração requerida representa a velocidade de vôo que proporciona a maior eficiência aerodinâmica. Esta situação é comprovada pela análise da Equação (6), pois como a tração requerida é inversamente proporcional a eficiência aerodinâmica, é intuitivo que para um determinado peso, o seu mínimo valor ocorre para uma eficiência aerodinâmica máxima.

Uma outra análise importante para se realizar é a determinação individual do arrasto parasita e do arrasto induzido, pois dessa forma consegue-se verificar a influência de cada uma dessas parcelas de arrasto com relação à tração requerida.

A determinação de cada ponto da curva de tração requerida para uma aeronave quando se utilizar a Equação (6) é realizada da seguinte forma:

1) Adotar um valor inicial para a velocidade.

2) Para este valor de velocidade, calcula-se o coeficiente de sustentação requerido. Na aplicação da equação para o cálculo do coeficiente de sustentação, a densidade do ar é conhecida para uma determinada altitude, a área da asa é característica do avião em estudo e o peso



utilizado é o máximo estipulado para a decolagem da aeronave dentro das restrições operacionais de limite de pista.

3) Com o valor numérico de  $C_L$  calcula-se a partir da polar de arrasto o valor de  $C_D$  para esta velocidade de voo.

4) A partir dos resultados obtidos para  $C_L$  e  $C_D$  é possível determinar o valor da eficiência aerodinâmica através da relação  $C_L/C_D$ .

5) Conhecido o peso e o valor da eficiência aerodinâmica a tração requerida é calculada pela aplicação da Equação (6).

É importante citar que o resultado encontrado vale apenas para a velocidade adotada, portanto, esse procedimento deve ser repetido inúmeras vezes para diferentes velocidades de voo como forma de se obter os vários pontos que formam a curva de tração requerida em função da velocidade de voo.

Como forma de se obter um panorama geral das qualidades de desempenho da aeronave geralmente as curvas de tração requerida e disponível são representadas em um mesmo gráfico como mostra a Figura 4.

Dessa maneira é possível verificar em qual faixa de velocidades a aeronave será capaz de se manter em voo.

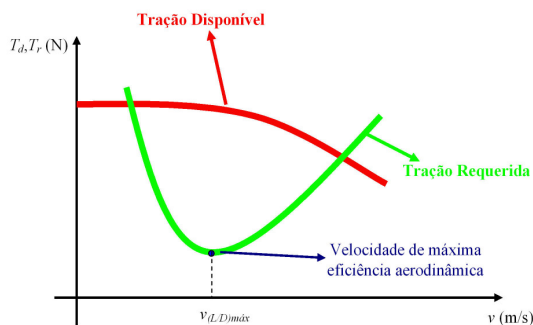


Figura 4 – Curvas de tração disponível e requerida.

### 3 – Conclusão

O presente artigo mostrou uma forma simplificada para se determinar as curvas de tração disponível e requerida de uma aeronave em regime subsônico de voo. A

metodologia apresentada permite uma rápida maneira de se determinar todos os pontos necessários para o traçado das curvas.

Assim, buscou-se com a breve descrição presente neste artigo, levar fundamentos básicos do traçado das curvas de tração disponível e requerida aos leitores da Revista Eletrônica AeroDesign Magazine, visando sempre o esclarecimento e entendimento dos fundamentos da engenharia aeronáutica .

### 4 – Referências Bibliográficas

- [1] **RODRIGUES, LUIZ EDUARDO MIRANDA. J.**, *Fundamentos da Engenharia Aeronáutica*, E-Book – Taperá AeroDesign, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, 2009, disponível em <http://www.engbrasil.eng.br>.
- [2] **HALLIDAY, RESNICK, WALKER.** *Fundamentos de Física Mecânica 1*.
- [3] **TIPLER, PAUL A.** *Física, volume 1ª, segunda edição, Editora Guanabara.*