

## Aspectos teóricos para o cálculo e traçado do diagrama $v$ - $n$ de manobra e de rajada para uma aeronave destinada a participar da competição SAE-Aerodesign.

Luiz Eduardo Miranda José Rodrigues  
Professor MSc.

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
[luizeduardo@cefetsp.br](mailto:luizeduardo@cefetsp.br)

Fernanda Figueiró de Queiroz  
Estudante de Graduação

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
[fer\\_figueiroz@hotmail.com](mailto:fer_figueiroz@hotmail.com)

### Resumo

O presente artigo possui como objetivo apresentar um modelo analítico para se estimar os fatores de carga e traçar o diagrama  $v$ - $n$  de manobra e de rajada de uma aeronave leve operando em regime subsônico de vôo. O equacionamento proposto é fundamentado em normas aeronáuticas e sua modelagem é determinada a partir das características de peso e distribuição de sustentação sobre a envergadura das asas.

### Palavras-chave

Desempenho de Aviões, Diagrama  $v$ - $n$ , Manobras, Rajadas, AeroDesign.

### 1 – O Diagrama $v$ - $n$ de Manobra

O diagrama  $v$ - $n$  representa uma maneira gráfica para se verificar as limitações estruturais de uma aeronave em função da velocidade de vôo e do fator de carga  $n$  a qual o avião está submetido. O fator de carga é uma variável representada pela aceleração da gravidade, ou seja, é avaliado em “g’s”.

Basicamente um fator de carga  $n = 2$  significa que para uma determinada condição de vôo a estrutura da aeronave estará sujeita a uma força de sustentação dada pelo dobro do peso, e o cálculo de  $n$  pode ser realizado preliminarmente pela aplicação da Equação (1) mostrada a seguir.

$$n = \frac{L}{W} \quad (1)$$

Uma forma mais simples para se entender o fator de carga é realizar uma analogia com um percurso de montanha-russa em um parque de diversões, onde em determinados momentos do trajeto, uma pessoa possui a sensação de estar mais pesada ou mais leve dependendo do fator de carga ao qual o seu corpo está submetido. Comparando-se com uma aeronave, em determinadas condições de vôo, geralmente em curvas ou movimentos acelerados, a estrutura da aeronave também será submetida a maiores ou menores fatores de carga.

### 2 – Limitações Estruturais

Existem duas categorias de limitações estruturais que devem ser consideradas durante o projeto estrutural de uma aeronave.

**a) Fator de carga limite:** Este é associado com a deformação permanente em uma ou mais partes da estrutura do avião. Caso durante um vôo o fator de carga  $n$  seja menor que o fator de carga limite, a estrutura da aeronave irá se deformar durante a manobra, porém retornará ao seu estado original quando  $n = 1$ . Para situações onde  $n$  é maior que o fator de carga limite a estrutura irá se deformar permanentemente ocorrendo

assim uma danificação estrutural, porém sem que corra a ruptura do componente.

**b) Fator de carga último:** Este representa o limite de carga para que ocorra uma falha estrutural, caso o valor de  $n$  ultrapasse o fator de carga último, componentes da aeronave com certeza sofrerão ruptura.

Nesta seção do presente artigo é apresentada a metodologia analítica para se determinar os principais pontos e traçar o diagrama  $v-n$  de manobra para uma aeronave seguindo a metodologia sugerida na norma FAR Part-23 [2] considerando uma categoria de aeronaves leves subsônicas.

O fator de carga limite depende do modelo e da função a qual a aeronave é destinada. Para as aeronaves em operação atualmente, Rodrigues [3] sugere a seguinte tabela para a determinação de  $n$ .

Tabela 1 – Fatores de carga.

Modelo e aplicação	$n_{pos}$	$n_{neg}$
Pequeno porte	$2,5 \leq n \leq 3,8$	$-1 \leq n \leq -1,5$
Acrobático	6	-3
Transporte civil	$3 \leq n \leq 4$	$-1 \leq n \leq -2$
Caças militares	$6,5 \leq n \leq 9$	$-3 \leq n \leq -6$

É importante perceber que os valores dos fatores de carga negativos em módulo são inferiores aos positivos. A determinação dos fatores de carga negativos representam uma decisão de projeto, que está refletida no fato que raramente uma aeronave voa em condições de sustentação negativa, e, como será apresentado no decorrer dessa seção, a norma utilizada recomenda que  $n_{neg} \geq 0,4 n_{pos}$ .

O fator de carga é uma variável que reflete diretamente no dimensionamento estrutural da aeronave, dessa forma, percebe-se que quanto maior for o seu valor mais rígida deve ser a estrutura da aeronave e conseqüentemente maior será o peso estrutural.

Para o propósito do projeto AeroDesign, o regulamento da competição bonifica as equipes que conseguirem obter a maior eficiência estrutural, ou seja, a aeronave mais leve que carregar em seu compartimento a maior carga útil possível, dessa forma, é interessante que o fator de carga seja o menor possível respeitando obviamente uma condição segura de vôo, portanto, considerando que uma aeronave destinada a participar do AeroDesign é um avião não tripulado, é perfeitamente aceitável um fator de carga positivo máximo  $n_{máx} = 2,5$ , pois dessa forma garante-se um vôo seguro com uma estrutura leve e que suporte todas as cargas atuantes durante o vôo.

Porém é muito importante ressaltar que como o fator de carga adotado é baixo, o projeto estrutural deve ser muito bem calculado como forma de se garantir que a estrutura da aeronave suportará todos os esforços atuantes durante o vôo.

Também se recomenda que o fator de carga último seja 50% maior que o fator de carga limite, portanto:

$$n_{ult} = 1,5 \cdot n_{lim} \quad (2)$$

A Figura 1 mostra um diagrama  $v-n$  de manobra típico de uma aeronave com a indicação dos principais pontos.

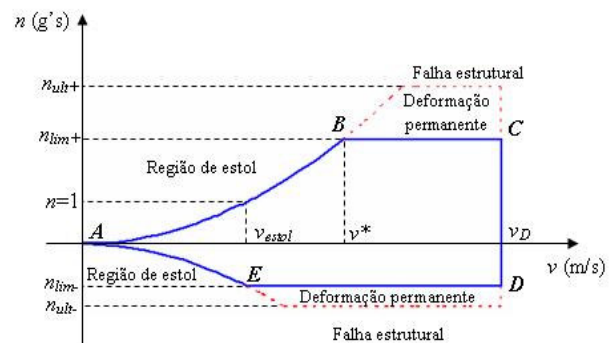


Figura 1 – Diagrama  $v-n$  de Manobra.

### 3 – Análise do Diagrama de Manobra e Modelagem Matemática

A curva **AB** apresentada na figura representa o limite aerodinâmico do fator de carga determinado pelo  $C_{Lmáx}$ , esta curva pode ser obtida pela solução da Equação (3) considerando o peso máximo da aeronave e o  $C_{Lmáx}$  de projeto, portanto:

$$n_{máx} = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{2 \cdot W} \quad (3)$$

Na Equação (3) percebe-se que uma vez conhecidos os valores de peso, área da asa, densidade do ar e o máximo coeficiente de sustentação é possível a partir da variação da velocidade encontrar o fator de carga máximo permissível para cada velocidade de vôo, onde acima do qual a aeronave estará em uma condição de estol.

É importante notar que para um vôo realizado com a velocidade de estol, o fator de carga  $n$  será igual a 1, pois como a velocidade de estol representa a mínima velocidade com a qual é possível manter o vôo reto e nivelado de uma aeronave, tem-se nesta situação que  $L = W$ , e, portanto, o resultado da Equação (3) é  $n = 1$ , e assim, a velocidade na qual o fator de carga é igual a 1 pode ser obtida pela velocidade de estol da aeronave.

Um ponto muito importante é a determinação da velocidade de manobra da aeronave representada na Figura 1 por  $v^*$ . Um vôo realizado nesta velocidade com alto ângulo de ataque e  $C_L = C_{Lmáx}$ , corresponde a um vôo realizado com o fator de carga limite da aeronave em uma região limítrofe entre o vôo reto e nivelado e o estol da aeronave. Esta velocidade pode ser determinada segundo a norma utilizada para o desenvolvimento deste artigo da seguinte forma:

$$v^* = v_{estol} \cdot \sqrt{n_{máx}} \quad (3)$$

A velocidade de manobra intercepta a curva **AB** exatamente sobre o ponto **B**, e define assim o fator de carga limite da aeronave. Acima da velocidade  $v^*$  a aeronave pode voar, porém com valores de  $C_L$  abaixo do  $C_{Lmáx}$ , ou seja com menores ângulos de ataque, de forma que o fator de carga limite não seja ultrapassado, lembrando-se que o valor de  $n_{máx}$  está limitado pela linha **BC**.

A velocidade de cruzeiro  $v_{cru}$  segundo a norma não deve exceder 90% da velocidade máxima da aeronave, ou seja:

$$v_{cru} = 0,9 \cdot v_{máx} \quad (4)$$

A velocidade máxima presente na Equação (4) é obtida na leitura das curvas de tração ou potência da aeronave.

Já a velocidade de mergulho da aeronave representada por  $v_d$  limitada pela linha **CD** do diagrama é considerada a velocidade mais crítica para a estrutura da aeronave devendo ser evitada e jamais excedida, pois caso a aeronave ultrapasse essa velocidade, drásticas conseqüências podem ocorrer na estrutura, como por exemplo: elevadas cargas de rajada, comando reverso dos ailerons, flutter (instabilidade dinâmica) e ruptura de componentes. O valor de  $v_d$  é geralmente cerca de 25% maior que a velocidade máxima, portanto:

$$v_d = 1,25 \cdot v_{máx} \quad (5)$$

Com relação à linha **AE** do diagrama  $v-n$  que delimita o fator de carga máximo negativo também é válida a aplicação da Equação (3), porém é importante citar que o fator de carga máximo negativo é obtido segundo a norma FAR Part-23 da seguinte forma:

$$n_{lim\ neg} \geq 0,4 \cdot n_{lim\ pos} \quad (6)$$

Como geralmente as aeronaves que participam da competição AeroDesign são projetadas para não voarem em condições de

sustentação negativa, é perfeitamente aceitável utilizar para a solução da Equação (3) no intuito de se determinar a curva **AE**, um valor de  $C_{Lmáxneg} = -1$  e assim, a linha **DE** representará o fator de carga negativo acima do qual deformações permanentes podem ocorrer.

Esta seção do presente artigo apresentou de forma sucinta como estimar o diagrama  $v-n$  de manobra para uma aeronave leve subsônica a partir dos fundamentos apresentados na norma FAR Part-23 [2].

#### 4 – Análise do Diagrama de Rajada, Modelagem Matemática

O diagrama  $v-n$  de rajadas possui como finalidade principal assegurar que a estrutura da aeronave resistirá a rajadas de vento inesperadas durante o vôo. Nesta seção do presente artigo são apresentadas as equações fundamentais para se determinar os fatores de carga de rajadas. Para a competição Aerodesign, rajadas variando entre 2m/s e 8m/s podem ser aplicadas resultando na maioria dos casos em resultados satisfatórios para o projeto.

O fator de carga para rajadas pode ser obtido com a aplicação da Equação (7).

$$n = 1 \pm \frac{\rho_{SL} \cdot v \cdot a \cdot K_g \cdot U_g}{2 \cdot (W / S)} \quad (7)$$

Na Equação (7),  $K_g$  representa o fator de alívio de rajadas e para um vôo em regime subsônico pode ser obtido com a aplicação da Equação (8).

$$K_g = \frac{0,88 \cdot \mu}{5,3 + \mu} \quad (8)$$

Sendo a relação de massa  $\mu$  determinada pela aplicação da Equação (9).

$$\mu = \frac{2 \cdot (W / S)}{\rho \cdot g \cdot \bar{c} \cdot a} \quad (9)$$

Para que a estrutura da aeronave suporte as cargas provocadas por uma rajada, todos os pontos obtidos devem estar dentro do envelope de vôo do diagrama de manobra, assegurando assim a integridade da estrutura.

#### 5 – Aplicações e Resultados

Para aplicação numérica do modelo proposto, o presente artigo utiliza uma aeronave modelo com os seguintes parâmetros operacionais:  $W_{máx} = 152N$ ,  $\rho = 1,225kg/m^3$ ,  $n_{máx} = 2,5$ ,  $v_{máx} = 28m/s$ ,  $S = 1,045m^2$ ,  $C_{Lmáx} = 1,6$  e  $a = 0,075 \text{ grau}^{-1}$ , rajadas de 2m/s, 4m/s e 6m/s.

Os cálculos foram realizados seguindo as equações propostas no presente artigo com o auxílio de uma planilha de excel. A Figura 2 mostra os resultados obtidos para a aeronave em estudo.

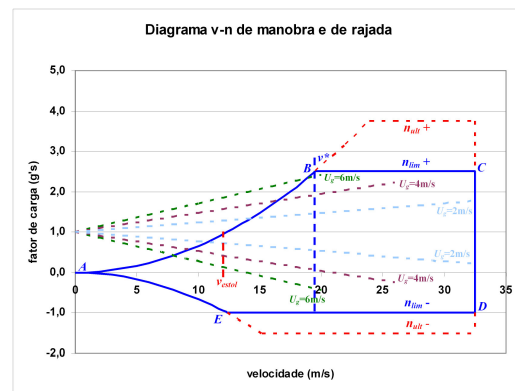


Figura 2 – Diagrama  $v-n$  de manobra e de rajada para o modelo em estudo.

Na análise do gráfico é possível observar o diagrama  $v-n$  de manobra e rajada completo, onde se verifica uma velocidade de manobra próxima de 20m/s, uma velocidade de mergulho de 32,5m/s, um fator de carga limite positivo de 3,75 e o envelope de rajadas com seus pontos dentro do envelope de manobra, assegurando a integridade da estrutura.

#### 6 – Conclusões

O presente artigo mostrou o modelo analítico para o cálculo e traçado do diagrama  $v-n$  de manobra e de rajada de uma aeronave leve operando em condições

subsônicas de vôo, como conclusão do trabalho pode-se citar que o diagrama  $v-n$  representa um elemento de fundamental importância a fim de se verificar o verdadeiro potencial de vôo de uma aeronave e sua respectiva resistência estrutural.

### **7 – Referências Bibliográficas**

- [1] ANDERSON, JOHN, D. *Aircraft performance and design*, McGraw-Hill, New York, 1999.
- [2] FEDERAL AVIATION REGULATIONS, Part 23 Airworthiness standards: normal, utility, acrobatic, and commuter category airplanes, USA.
- [3] RODRIGUES. LEMJ, *Fundamentos de Engenharia Aeronáutica*, Instituto Federal de Educação, Ciência e tecnologia de São Paulo, E-Book, São Paulo, 2009.
- [4] ROSKAM. JAN, *Airplane aerodynamics and performance*, DARcorporation, University of Kansas, 1997.