INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO

Mecânica Técnica

Aula 3 – Sistemas de Forças Coplanares, Vetores Cartesianos

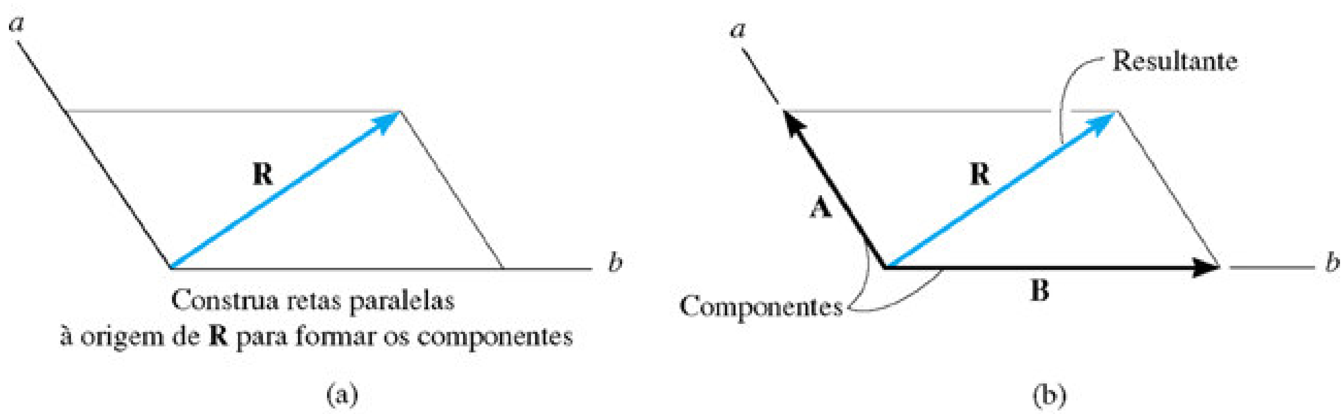
Prof. MSc. Luiz Eduardo Miranda J. Rodrigues

Tópicos Abordados Nesta Aula

- Sistemas de Forças Coplanares.
- Determinação de Força Resultante.
- Componentes de um Vetor Cartesiano.

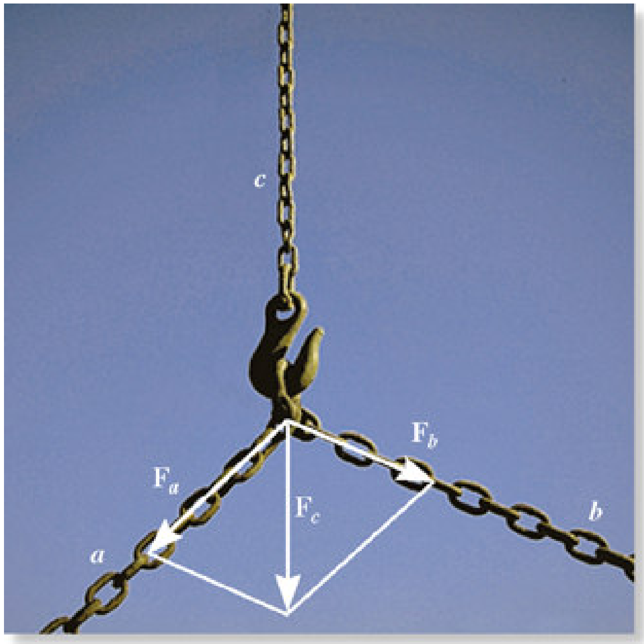
Componentes de um Vetor

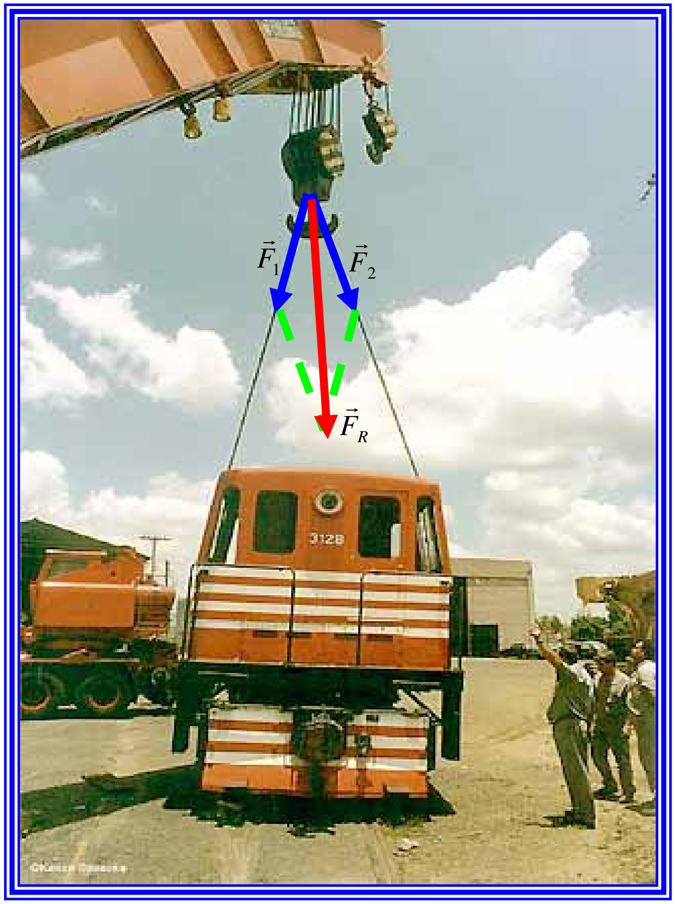
- Quando um vetor **R** é expresso segundo a soma de dois vetores **A** e **B**, cada um dos vetores **A** e **B** são chamados de componentes de **R**, portanto, um vetor resultante pode ser decomposto em duas componentes a partir da aplicação da regra do paralelogramo. Um exemplo de decomposição vetorial pode ser observado na figura a seguir, onde, conhecendo-se as linhas de ação de cada componente, o vetor **R** pode ser decomposto formando os vetores **A** e **B**.



Decomposição de um vetor

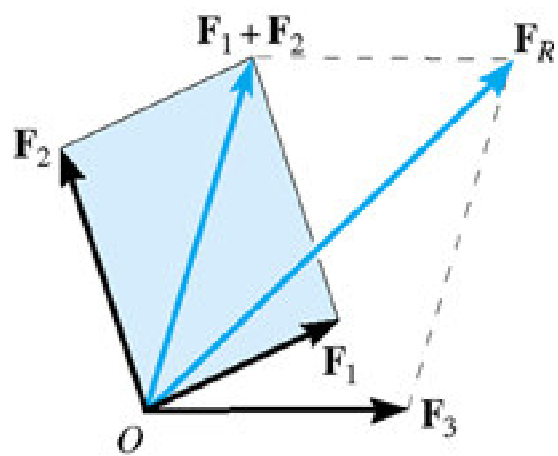
Força Resultante





Adição de Forças Vetoriais

- Quando os problemas envolvem a adição de mais de duas forças, pode-se aplicar de modo sucessivo a regra do paralelogramo ou o triângulo de vetores de modo a se obter a força resultante. Um exemplo desse tipo de situação é mostrado na figura representada a seguir.

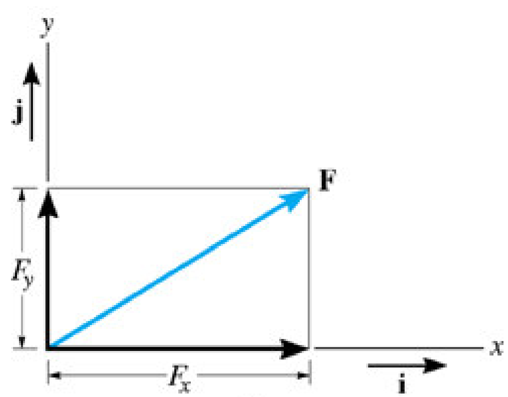


Método das Componentes Retangulares

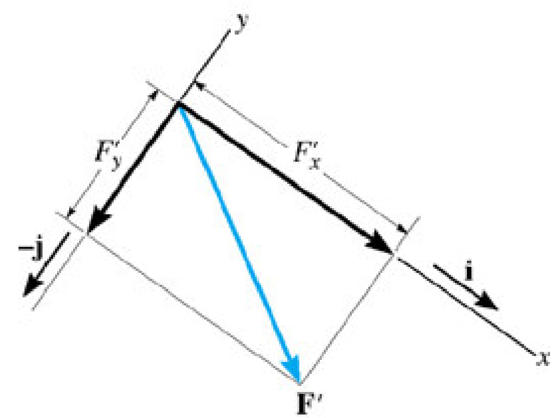
- Assim, pode-se notar que quanto maior o número de forças envolvidas no sistema, maior é o tempo dispensado para encontrar a força resultante, pois se necessita da aplicação da regra do paralelogramo sucessivas vezes gerando um cansativo trabalho de geometria e trigonometria para se determinar o valor numérico da resultante do sistema e sua respectiva direção.
- Porém, este exaustivo processo é suprido de forma rápida através da aplicação de uma metodologia que utiliza uma soma algébrica das componentes de cada um dos vetores força que formam o sistema.
- Este método é denominado "método das componentes retangulares" e consiste em trabalhar apenas com as componentes dos vetores, formando desse modo um sistema de forças colineares projetados nos eixos de coordenadas do sistema de referência.

Decomposição de Forças

- Convenção de Sinais.
- *x* – Positivo para a direita, negativo para a esquerda.
- *y* – Positivo para cima, negativo para baixo.
- No plano, utilizam-se os versores $\vec{i}$ e $\vec{j}$.



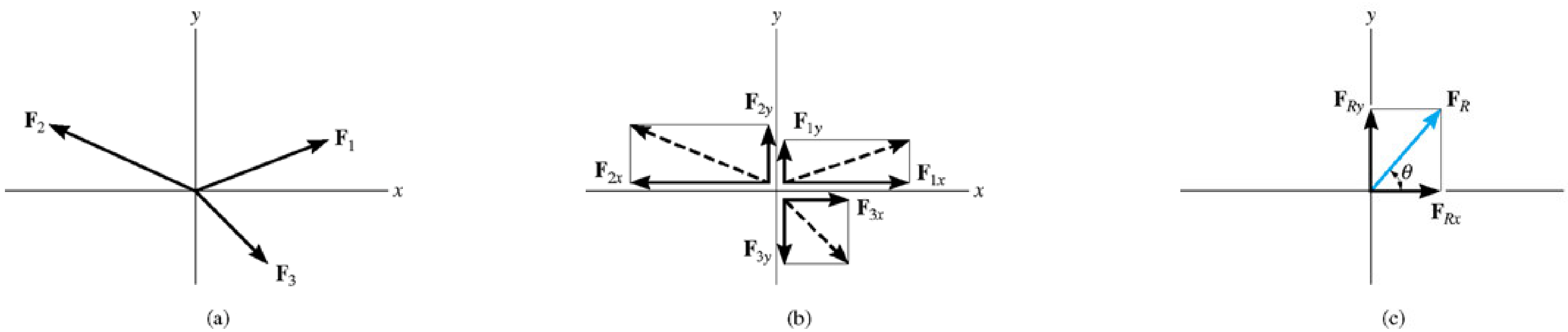
(a)



(b)

Redução a uma Única Força Resultante

- Decompor as forças nos eixos *x* e *y*.
- Utilizar trigonometria, decomposição em seno e cosseno.



Vetores Cartesianos:

$$\vec{F}_1 = F_{1x}\vec{i} + F_{1y}\vec{j}$$

$$\vec{F}_2 = -F_{2x}\vec{i} + F_{2y}\vec{j}$$

$$\vec{F}_3 = F_{3x}\vec{i} - F_{3y}\vec{j}$$

Força Resultante:

$$\vec{F}_R = \sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... + \vec{F}_n$$

Soma Vetorial

Módulo e Direção da Força Resultante

Módulo da Força Resultante:

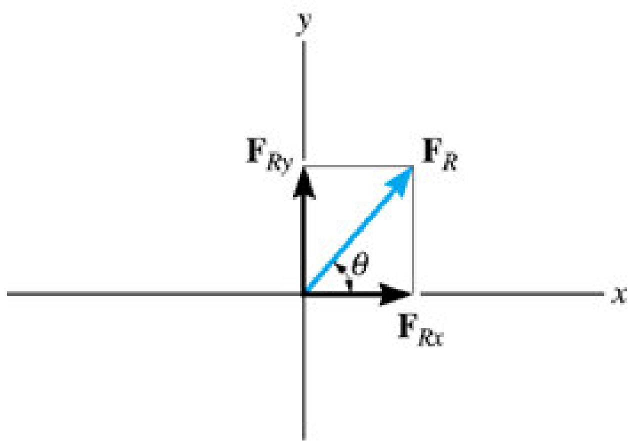
$$F_{Rx} = \sum F_x$$

$$F_{Ry} = \sum F_y$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^{\ 2} + F_{Ry}^{\ 2}}$$

Direção da Força Resultante:

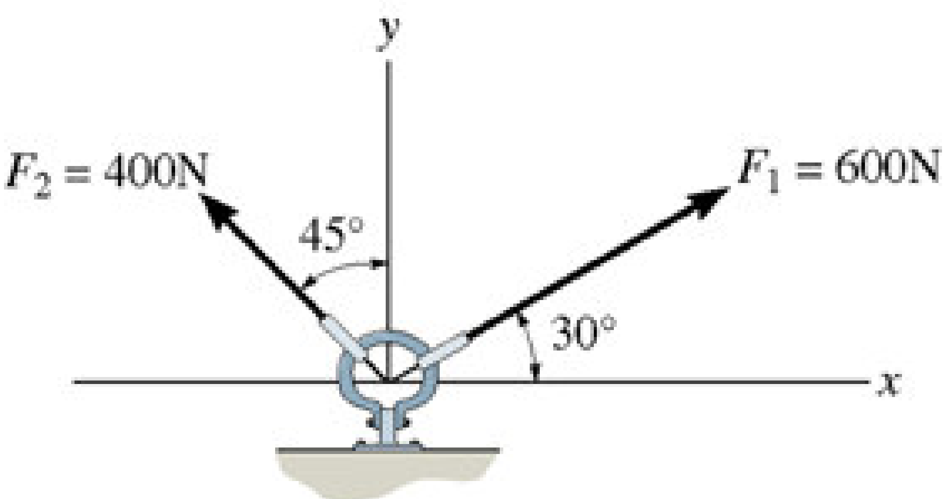
$$\theta = arctg\left(\frac{F_{Ry}}{F_{Rx}}\right)$$



(c)

Exercício 1

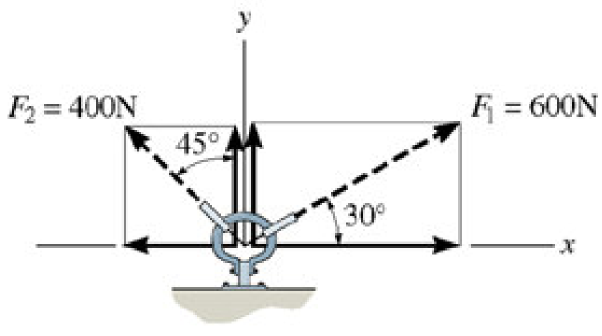
- 1) O elo da figura está submetido as forças $\boldsymbol{F_1}$ e $\boldsymbol{F_2}$, determine a intensidade e a orientação da força resultante.



(a)

Solução do Exercício 1

Decomposição das Forças:



(b)

Força 1:

$$\vec{F}_1 = (F_1 \cdot \cos 30^\circ \vec{i} + F_1 \cdot sen30^\circ \vec{j})$$

$$\vec{F}_1 = (600 \cdot \cos 30^\circ \vec{i} + 600 \cdot sen30^\circ \vec{j})\text{N}$$

Força 2:

$$\vec{F}_2 = (-F_2 \cdot \cos 45^\circ \vec{i} + F_2 \cdot sen45^\circ \vec{j})$$

$$\vec{F}_2 = (-400 \cdot \cos 45^\circ \vec{i} + 400 \cdot sen45^\circ \vec{j})\text{N}$$

Força Resultante:

$$\vec{F}_R = (600 \cdot \cos 30^\circ \vec{i} + 600 \cdot sen30^\circ \vec{j}) + (-400 \cdot \cos 45^\circ \vec{i} + 400 \cdot sen45^\circ \vec{j})$$

$$\vec{F}_R = (600 \cdot \cos 30^\circ - 400 \cdot \cos 45^\circ)\vec{i} + (600 \cdot sen30^\circ + 400 \cdot sen45^\circ)\vec{j}$$

$$\vec{F}_R = (236{,}8\vec{i} + 582{,}8\vec{j})\text{N}$$

Solução do Exercício 1

Módulo da Força Resultante:

$$F_R = \sqrt{(236{,}8^2 + 582{,}8^2}$$

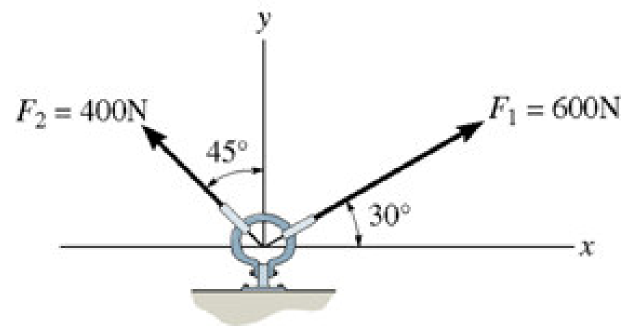
$$F_R = 629\text{N}$$

Direção da Força Resultante:

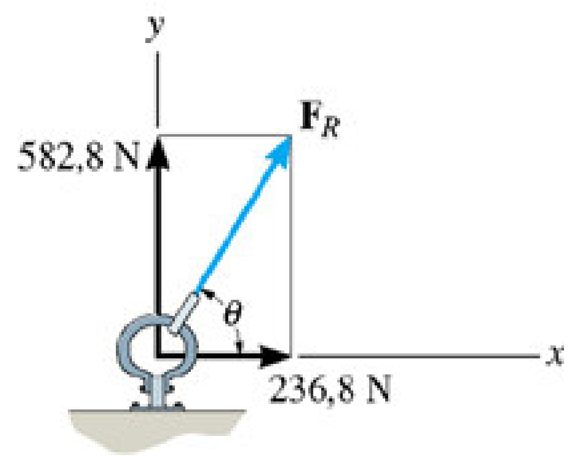
$$\theta = arctg\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$

$$\theta = arctg\left(\frac{582{,}8}{236{,}8}\right)$$

$$\theta = 67{,}9°$$



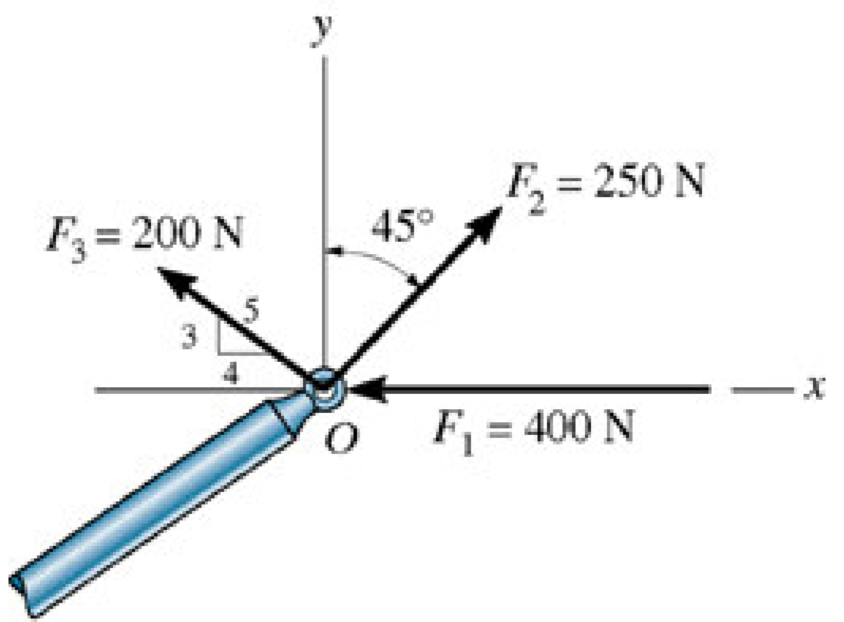
(a)



(c)

Exercício 2

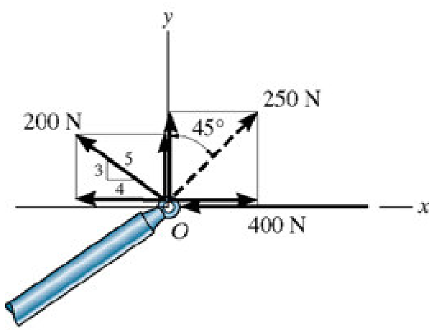
- 2) A extremidade da barra está submetida a três forças concorrentes e coplanares. Determine a intensidade e a orientação da força resultante.



(a)

Solução do Exercício 2

Decomposição das Forças:



(b)

Força 1:

$$\vec{F}_1 = (-400\vec{i}\,)\text{N}$$

Força 2:

$$\vec{F}_2 = (F_2 \cdot sen45^\circ \vec{i} + F_2 \cdot \cos 45^\circ \vec{j})$$

$$\vec{F}_2 = (250 \cdot sen45^\circ \vec{i} + 250 \cdot \cos 45^\circ \vec{j})\text{N}$$

Força 3:

$$\vec{F}_3 = \left(-F_3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)\vec{i} + F_3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)\vec{j} \right)$$

$$\vec{F}_3 = \left(-200 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)\vec{i} + 200 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)\vec{j} \right)$$

$$\vec{F}_3 = (-160\vec{i} + 120\vec{j}\,)\text{N}$$

Solução do Exercício 2

Força Resultante:

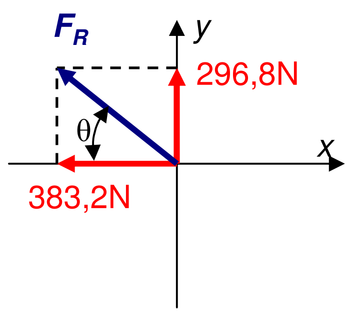
$$\vec{F}_R = (-400\vec{i}\,) + (250 \cdot sen45° \vec{i} + 250 \cdot \cos 45° \, \vec{j}\,) + (-160\vec{i} + 120\,\vec{j}\,)$$

$$\vec{F}_R = (-400 + 250 \cdot sen45° - 160)\vec{i} + (250 \cdot \cos 45° + 120)\,\vec{j}$$

$$\vec{F}_R = (-383{,}2\vec{i} + 296{,}8\,\vec{j}\,)\ \text{N}$$

Módulo da Força Resultante:

$$F_R = \sqrt{(383{,}2^2 + 296{,}8^2} \Rightarrow F_R = 485\text{N}$$

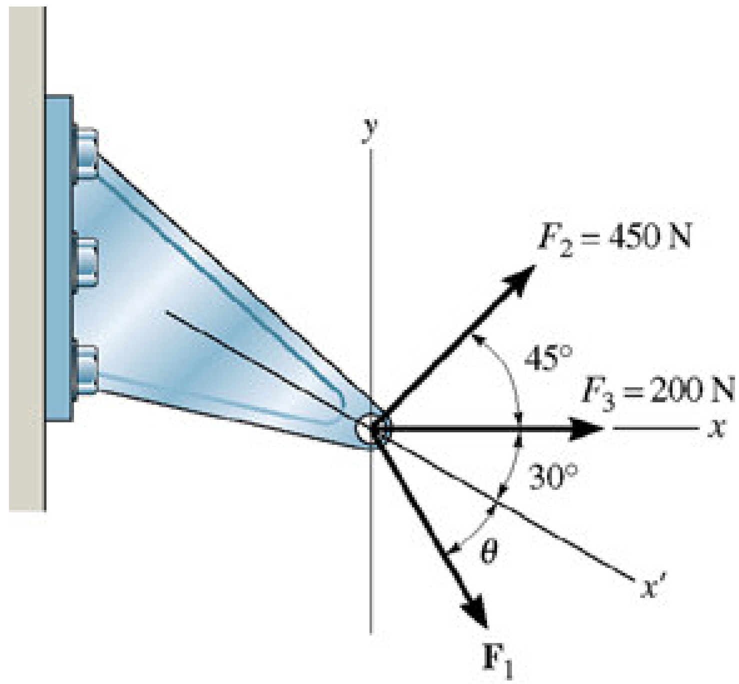


Direção da Força Resultante:

$$\theta = arctg\left(\frac{F_y}{F_x}\right) \Rightarrow \theta = arctg\left(\frac{296{,}8}{383{,}2}\right) \Rightarrow \theta = 37{,}8°$$

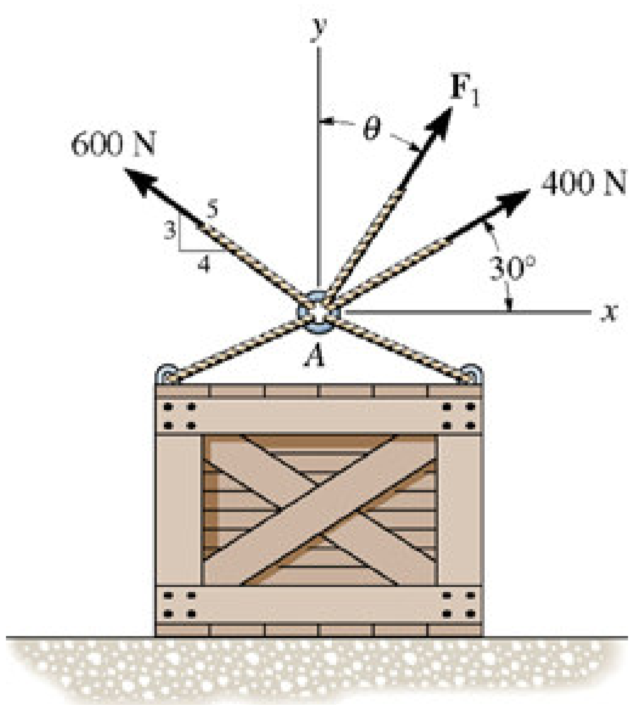
Exercícios Propostos

- 1) Três forças atuam sobre o suporte mostrado. Determine o ângulo θ e a intensidade de $\boldsymbol{F_1}$ de modo que a resultante das forças seja orientada ao longo do eixo *x'* positivo e tenha intensidade de 1kN.



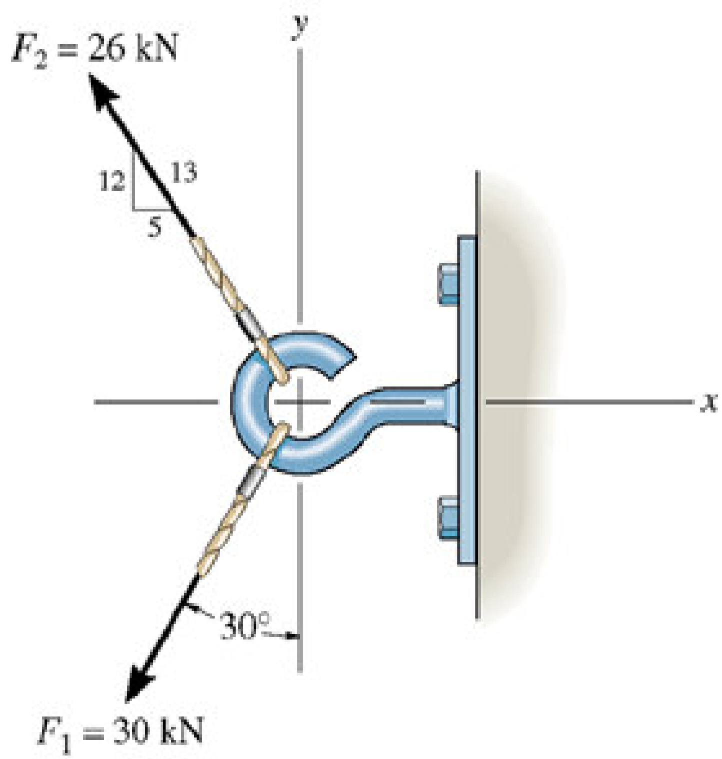
Exercícios Propostos

- 2) Determine o ângulo θ e a intensidade de $\boldsymbol{F_1}$ de modo que a resultante das forças seja orientada ao longo do eixo *y* positivo e tenha intensidade de 800N.



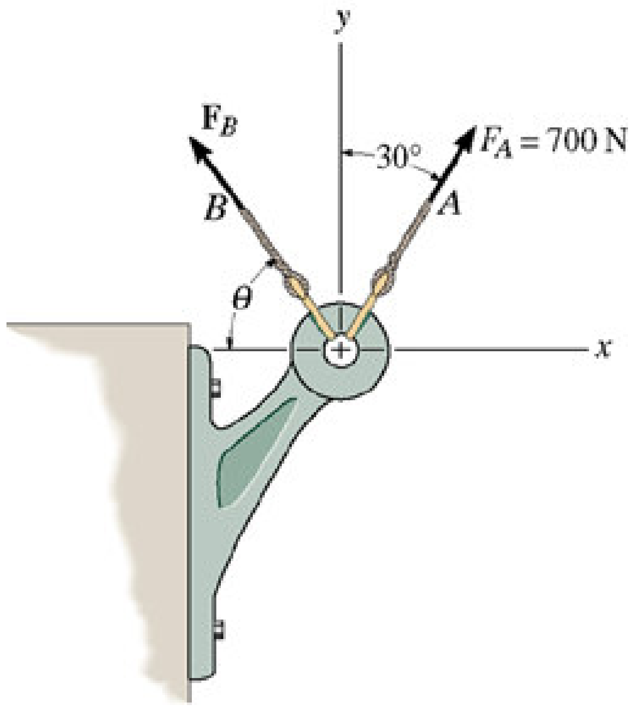
Exercícios Propostos

- 3) O gancho da figura está submetido as forças $\boldsymbol{F_1}$ e $\boldsymbol{F_2}$, determine a intensidade e a orientação da força resultante.



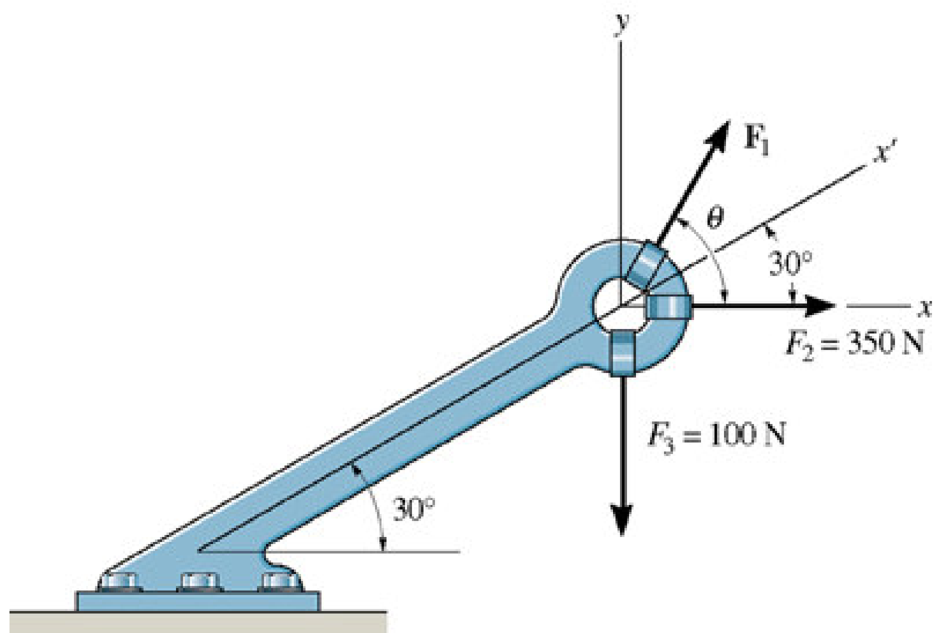
Exercícios Propostos

- 4) Determine o ângulo θ e a intensidade de $\boldsymbol{F_B}$ de modo que a resultante das forças seja orientada ao longo do eixo *y* positivo e tenha intensidade de 1500N.



Exercícios Propostos

- 5) Determine o ângulo θ e a intensidade de $\boldsymbol{F_1}$ de modo que a resultante das forças seja orientada ao longo do eixo *x'* positivo e tenha intensidade de 600N.



Próxima Aula

- Operações com Vetores Cartesianos.
- Vetor Unitário.
- Ângulos Diretores Coordenados