



INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
SÃO PAULO

# Mecânica Técnica

## Aula 14 – Sistemas Equivalentes de Cargas Distribuídas

Prof. MSc. Luiz Eduardo Miranda J. Rodrigues

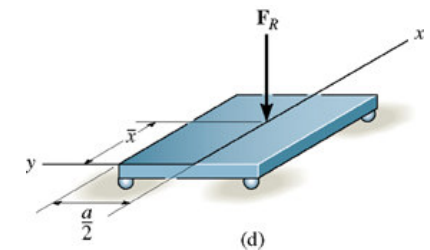
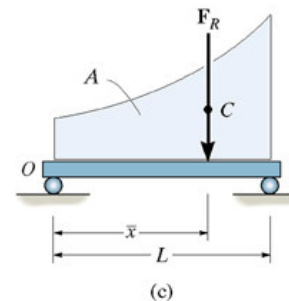
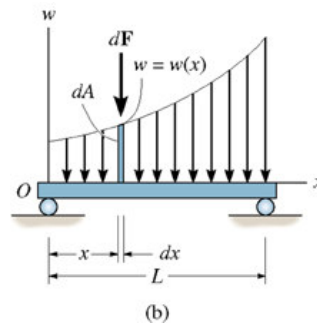
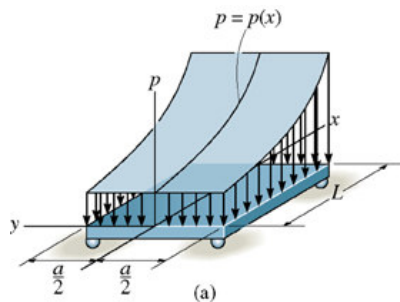
# Tópicos Abordados Nesta Aula

- Sistemas Equivalentes de Cargas Distribuídas.

# Sistema de Cargas Distribuidas

- A intensidade da força resultante é equivalente a soma de todas as forças atuantes no sistema e em muitos casos deve ser calculada por integração, uma vez que existem infinitas forças atuando sobre o sistema.
- A força resultante é igual a área total sob o diagrama de carga.

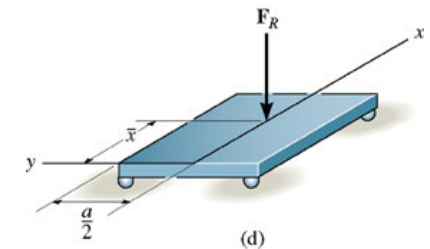
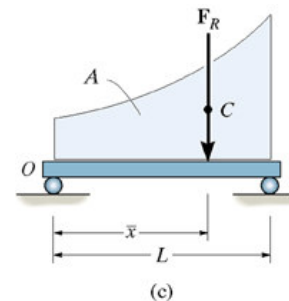
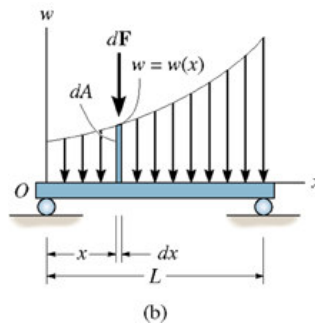
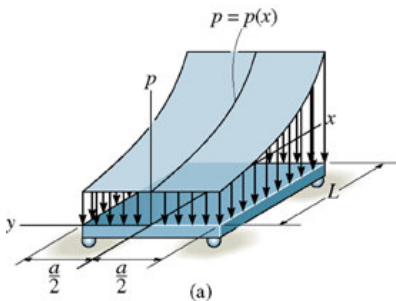
$$F_R = \int_L w(x) \cdot dx = \int_A dA = A$$



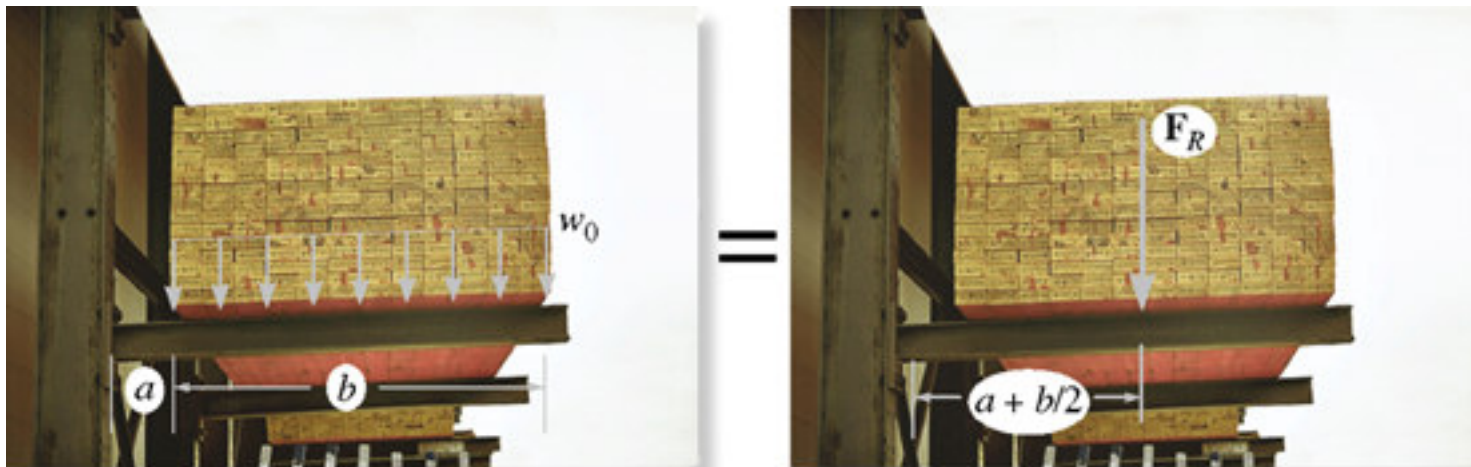
# Localização da Força Resultante

- A localização da linha de ação da força resultante em relação ao eixo  $x$  pode ser determinada pela equação de momentos da força resultante e da distribuição de forças em relação ao ponto  $O$ .
- A força resultante tem uma linha de ação que passa pelo centróide da área definida pelo diagrama de carregamento.

$$\bar{x} = \frac{\int_L x \cdot w(x) \cdot dx}{\int_L w(x) \cdot dx} = \frac{\int_A x \cdot dA}{\int_A dA}$$

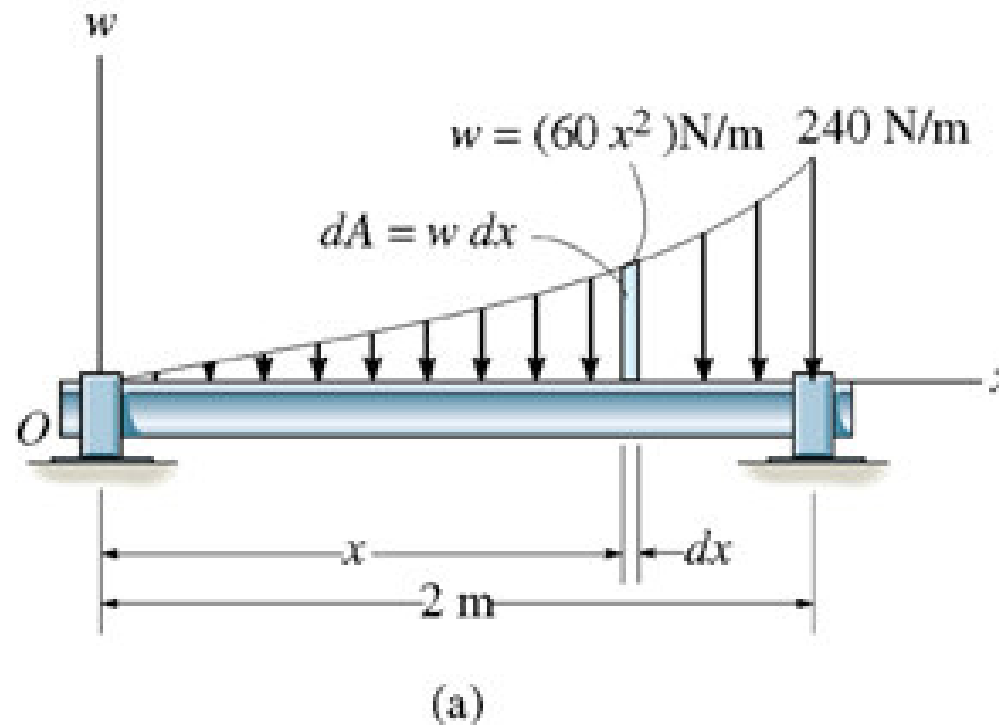


# Exemplo de Carregamento Distribuído

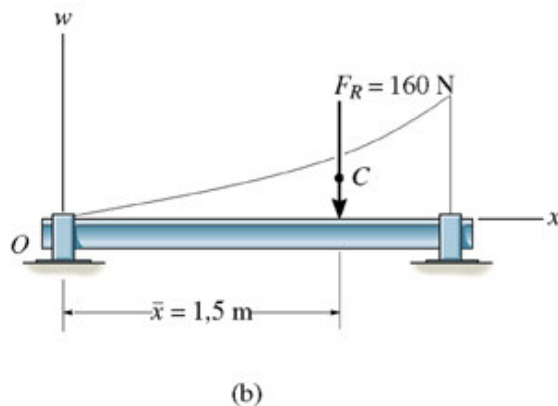
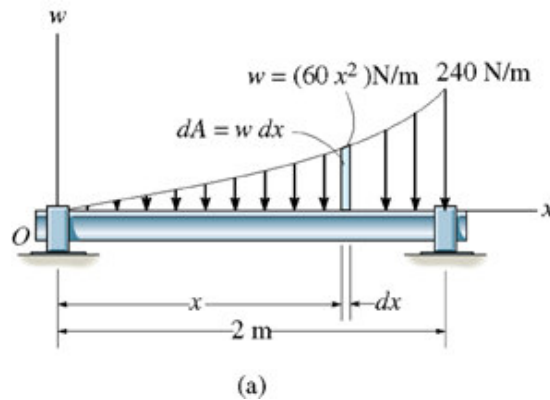


# Exercício 1

- 1) Determine a intensidade e a localização da força resultante equivalente que atua no eixo mostrado na figura.



# Solução do Exercício 1



Determinação da força resultante:

$$F_R = \sum F$$

$$F_R = \int_A dA \quad \longrightarrow \quad F_R = \int_0^2 (60 \cdot x^2) dx$$

$$F_R = 60 \cdot \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^2 \quad \longrightarrow \quad F_R = 60 \cdot \left[ \frac{2^3}{3} - \frac{0^3}{3} \right]$$

$$F_R = 60 \cdot \frac{8}{3}$$

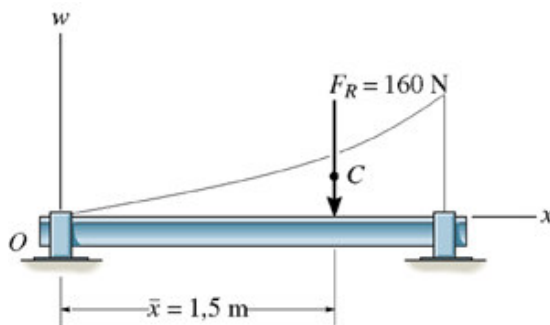
$$F_R = 160 \text{ N}$$

# Solução do Exercício 1

Localização da força resultante:

$$\bar{x} = \frac{\int_A x \cdot dA}{\int_A dA}$$

$$\bar{x} = \frac{\int_0^2 x \cdot (60 \cdot x^2) dx}{160} \quad \longrightarrow \quad \bar{x} = \frac{\int_0^2 (60 \cdot x^3) dx}{160}$$



(b)

$$\bar{x} = \frac{60 \cdot \left[ \frac{x^4}{4} \right]_0^2}{160}$$

$$\bar{x} = \frac{60 \cdot \left[ \frac{2^4}{4} - \frac{0^4}{4} \right]}{160}$$

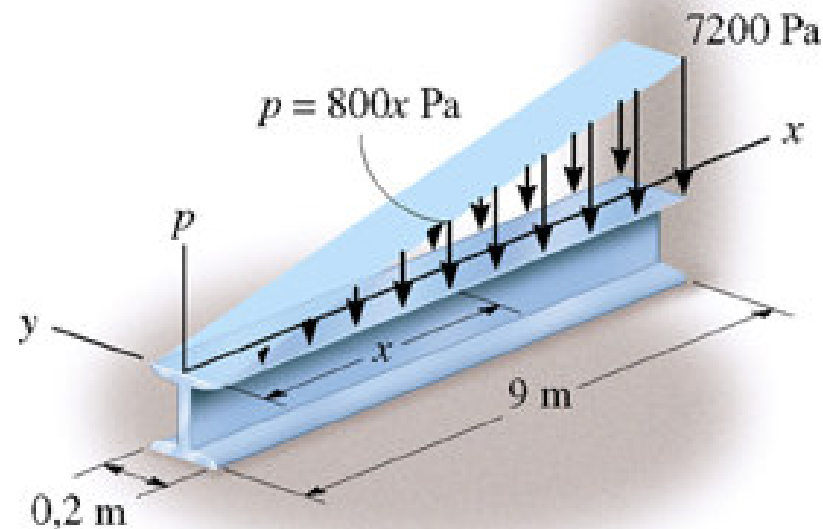
$$\bar{x} = \frac{60 \cdot 16}{160 \cdot 4} \quad \longrightarrow \quad \bar{x} = \frac{60 \cdot 4}{160}$$

$$\bar{x} = 1,5\text{m}$$



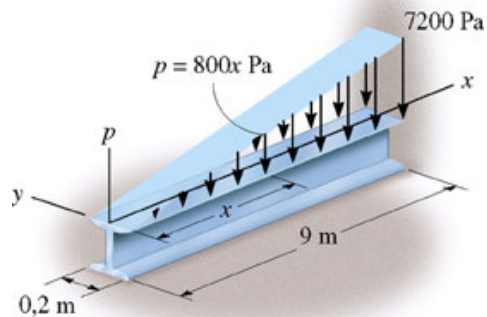
## Exercício 2

- 2) Um carregamento distribuído com  $p = 800x$  Pa atua no topo de uma superfície de uma viga como mostra a figura. Determine a intensidade e a localização da força resultante equivalente.

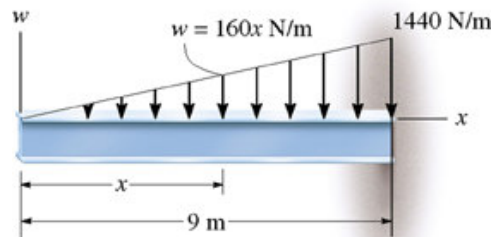


(a)

# Solução do Exercício 2



(a)



(b)

Determinação da força resultante:

$$w = (160 \cdot x)$$

$$w = (800 \cdot x) \cdot 0,2$$

P/  $x = 9\text{m}$  tem-se que  $w = 1440\text{N/m}$

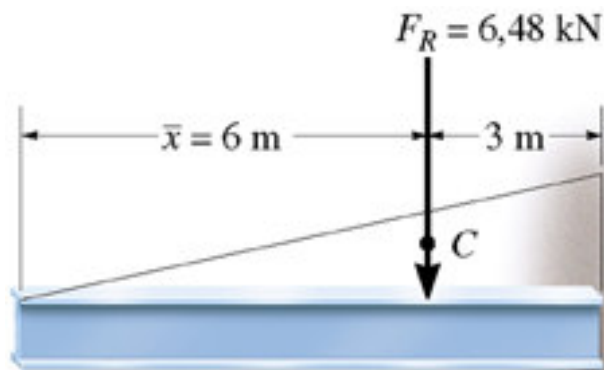
$$F_R = \int_A dA$$

$$F_R = \frac{b \cdot h}{2} \quad \longrightarrow \quad F_R = \frac{9 \cdot 1440}{2}$$

$$F_R = 6480\text{ N}$$

## Solução do Exercício 2

Localização da força resultante:



(c)

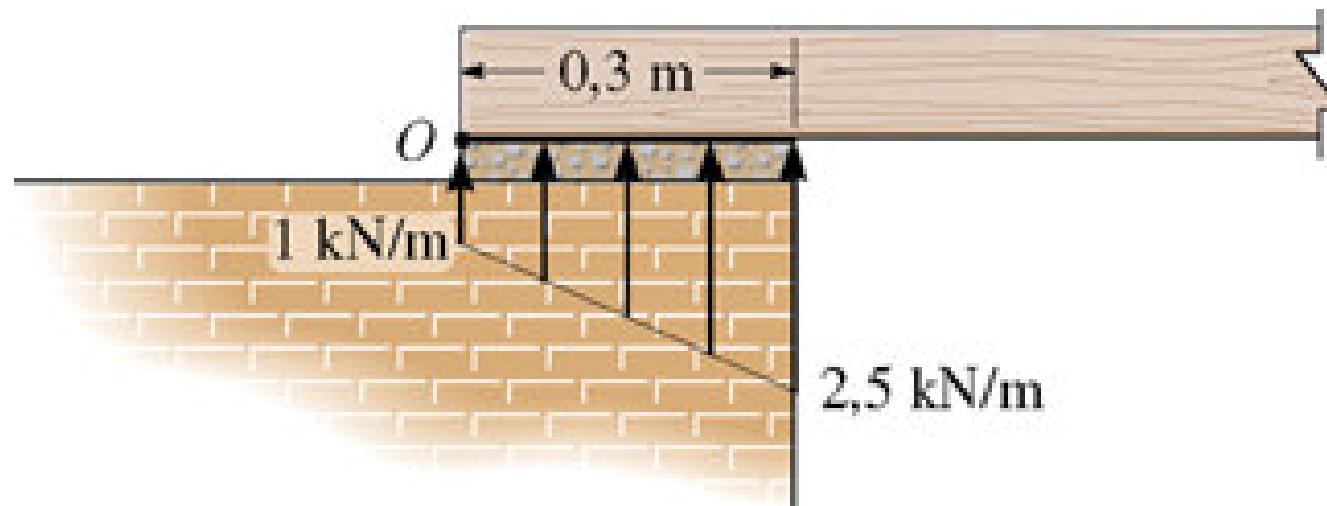
Pelo Centróide do triângulo:

$$\bar{x} = 9 - \left( \frac{1}{3} \cdot 9 \right)$$

$$\bar{x} = 6 \text{ m}$$

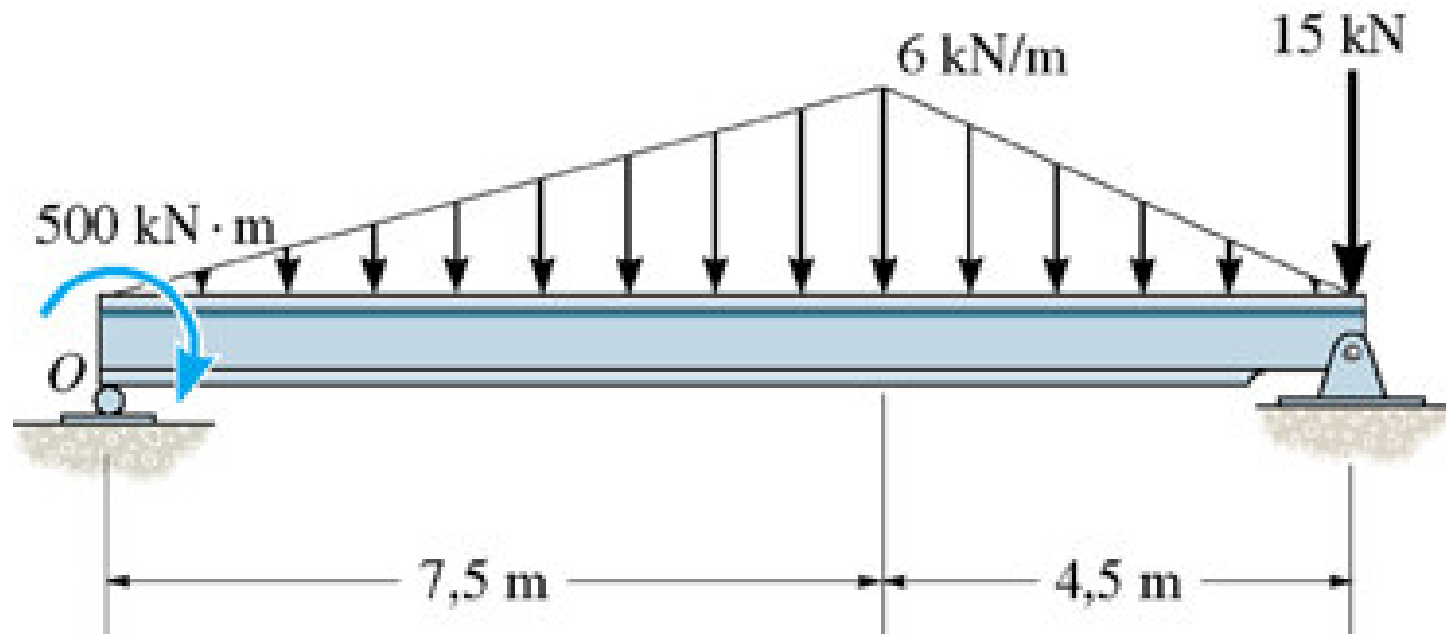
# Exercícios Propostos

- 1) O suporte de alvenaria gera a distribuição de cargas atuando nas extremidades da viga. Simplifique essas cargas a uma única força resultante e especifique sua localização em relação ao ponto  $O$ .



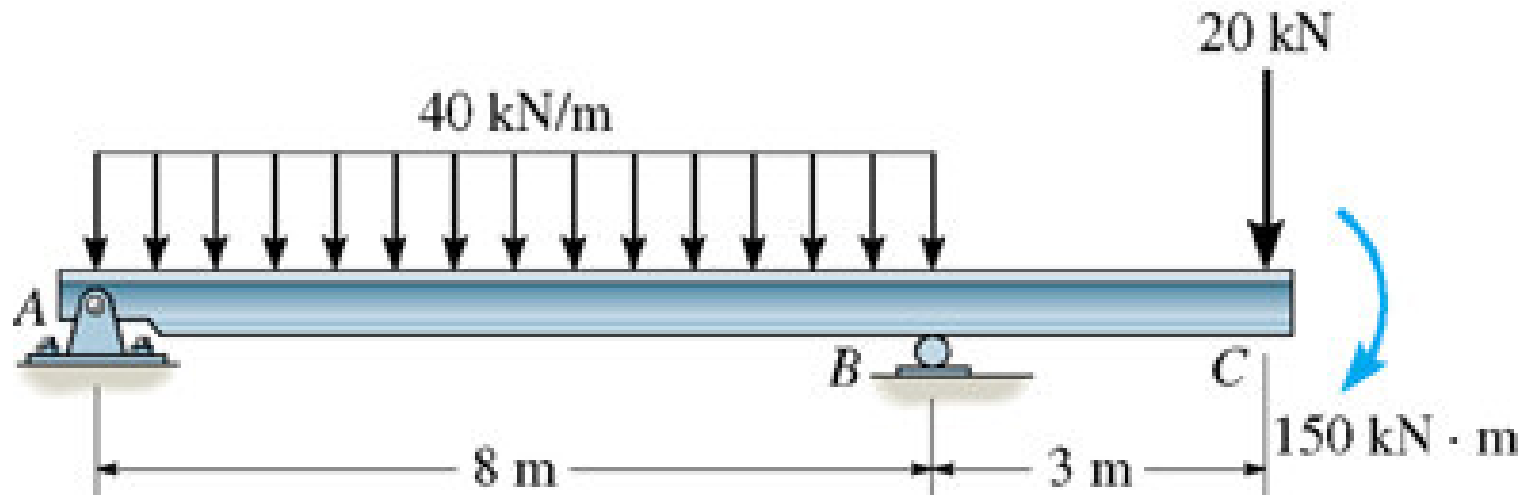
# Exercícios Propostos

- 2) Substitua as carga atuantes por uma única força resultante e especifique sua localização sobre a viga em relação ao ponto  $O$ .



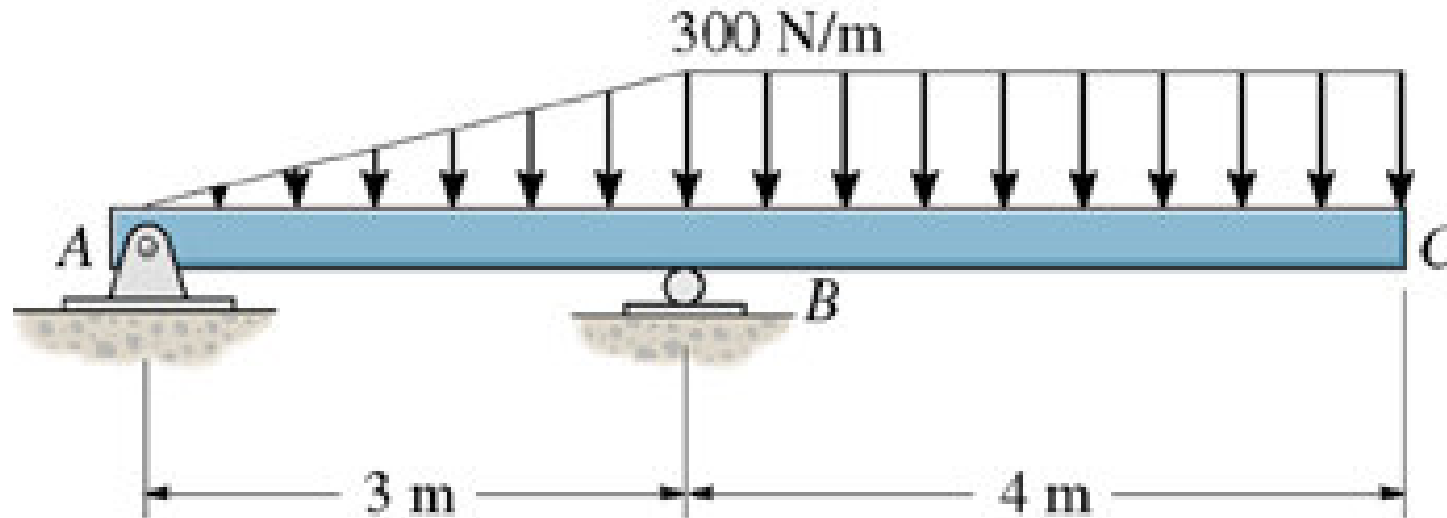
# Exercícios Propostos

- 3) Substitua as carga atuantes por uma única força resultante e especifique sua localização sobre a viga em relação ao ponto A.



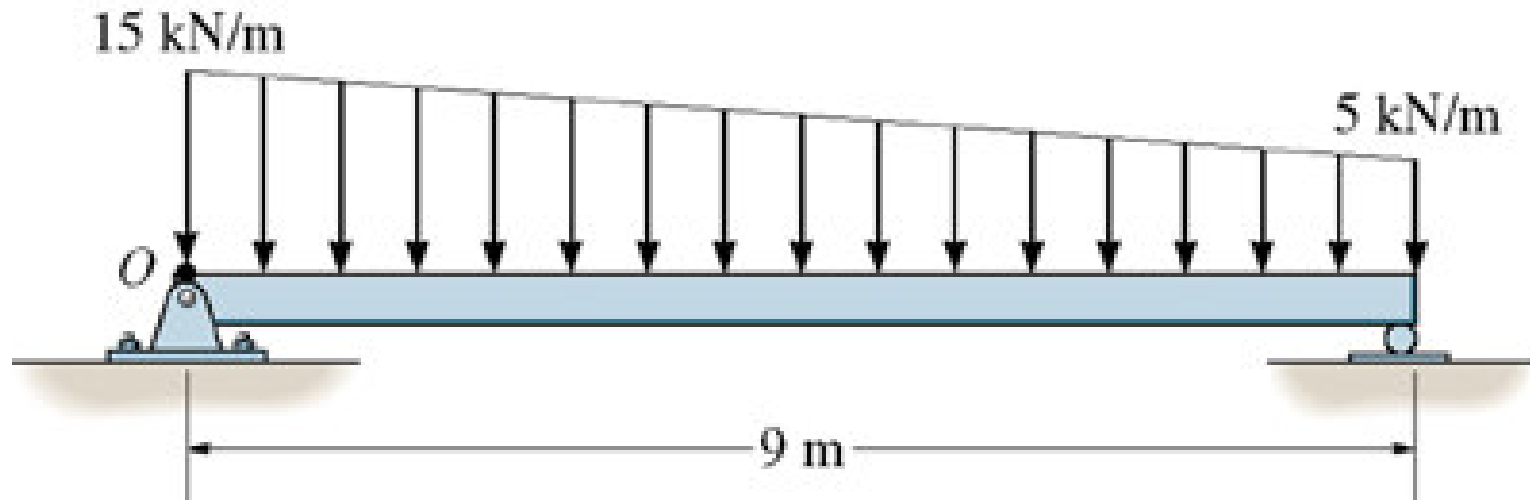
# Exercícios Propostos

- 4) Substitua as carga atuantes por uma única força resultante e especifique sua localização sobre a viga em relação ao ponto A.



# Exercícios Propostos

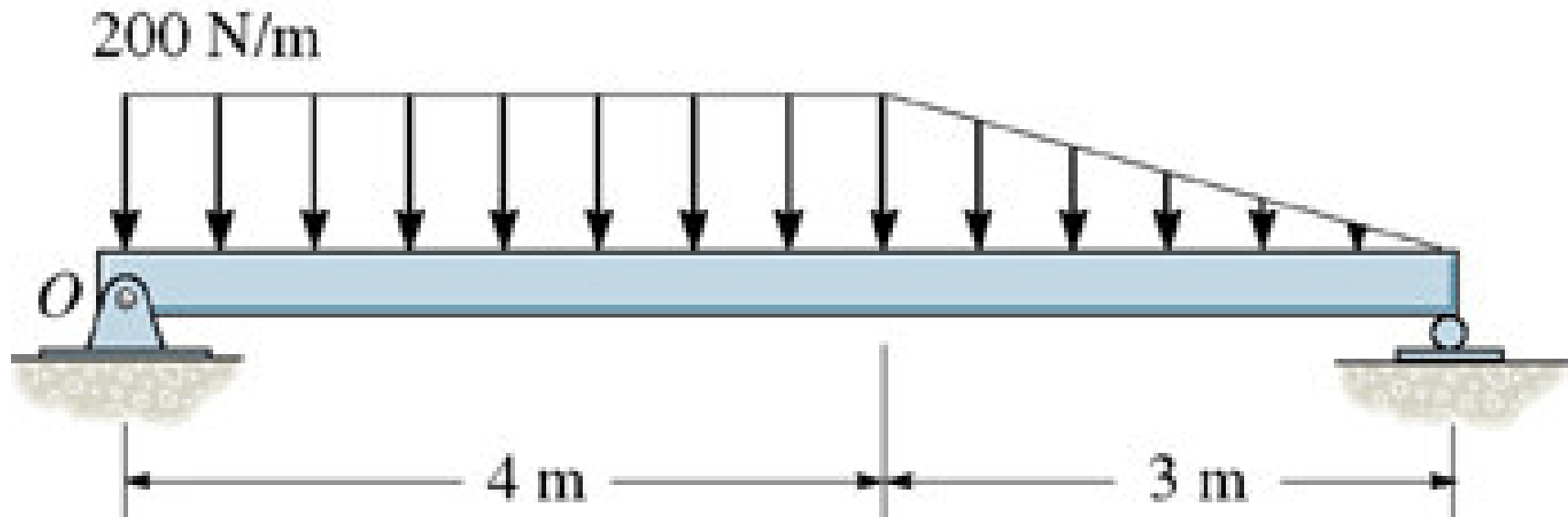
- 5) Substitua as carga atuantes por uma única força resultante e especifique sua localização sobre a viga em relação ao ponto  $O$ .





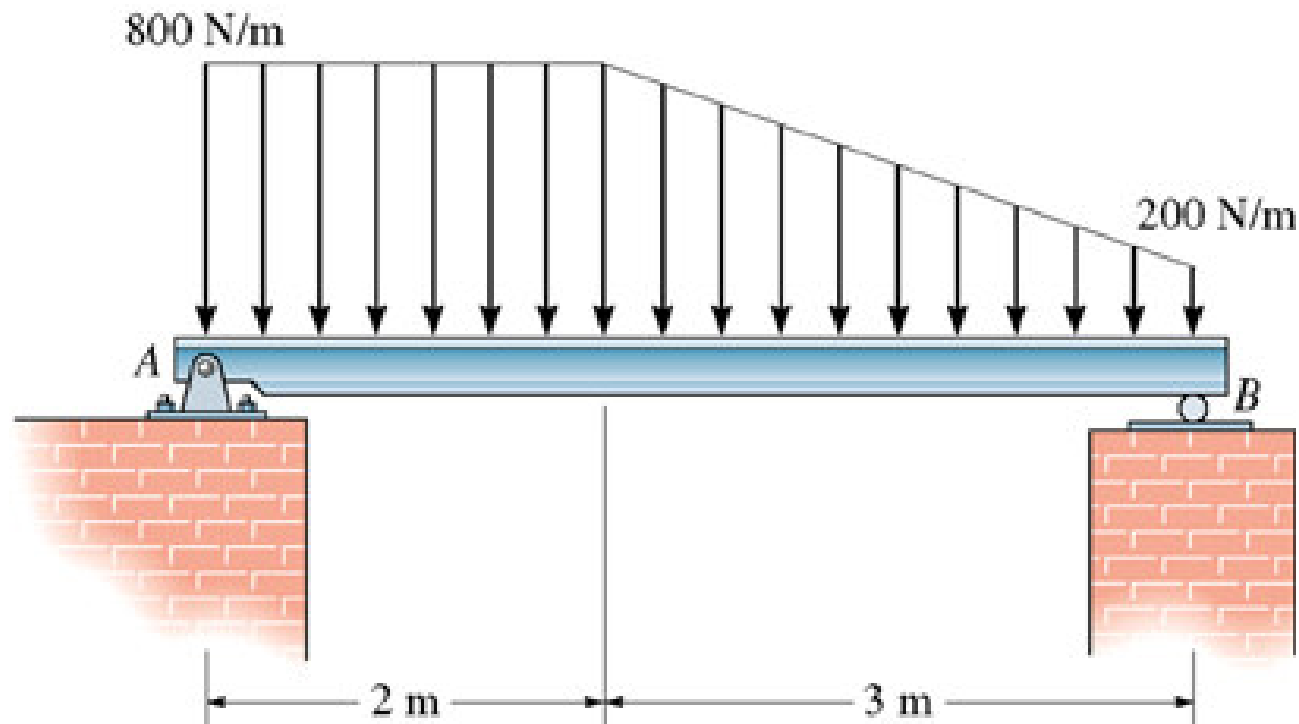
# Exercícios Propostos

- 6) Substitua as carga atuantes por uma única força resultante e especifique sua localização sobre a viga em relação ao ponto  $O$ .



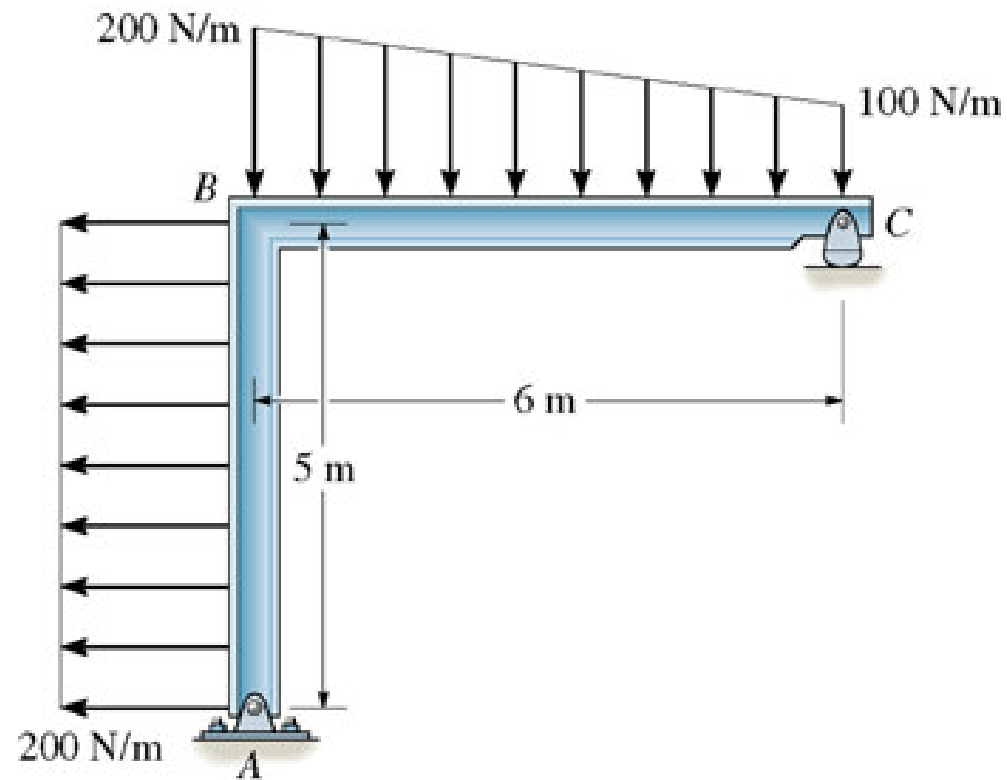
# Exercícios Propostos

- 7) Substitua as carga atuantes por uma única força resultante e especifique sua localização sobre a viga em relação ao ponto A.



# Exercícios Propostos

- 8) Substitua as carga atuantes por uma única força resultante equivalente e especifique sua localização sobre a viga  $AB$  medido em relação ao ponto  $A$ .



# Próxima Aula

- Apoios Submetidos a Forças Bidimensionais.
- Cálculo de Reações de Apoio em Estruturas Isostáticas.