

INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
SÃO PAULO

# Mecânica Técnica

## Aula 13 – Sistemas Equivalentes de Cargas Concentradas

Prof. MSc. Luiz Eduardo Miranda J. Rodrigues

# Tópicos Abordados Nesta Aula

- Redução de um Sistema de Cargas Concentradas.
- Sistemas Equivalentes de Forças e Momentos.

# Sistema Equivalente

- Representa um sistema no qual a força e o momento resultantes produzam na estrutura o mesmo efeito que o carregamento original aplicado.

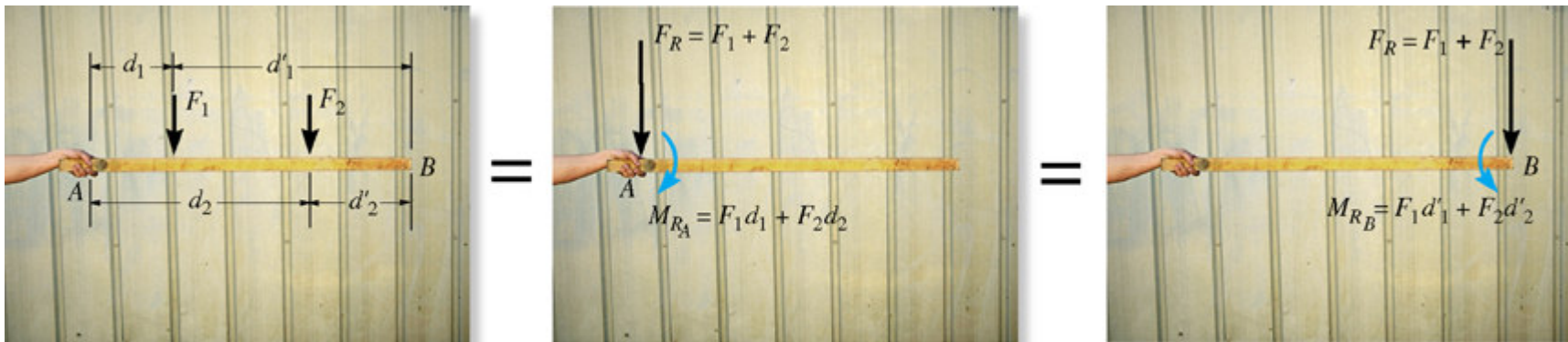
# Redução de um Sistema de Forças Coplanares

- Converter o sistema de forças aplicadas na estrutura em uma única força resultante e um momento atuantes em um determinado ponto.

$$F_{Rx} = \sum F_x$$

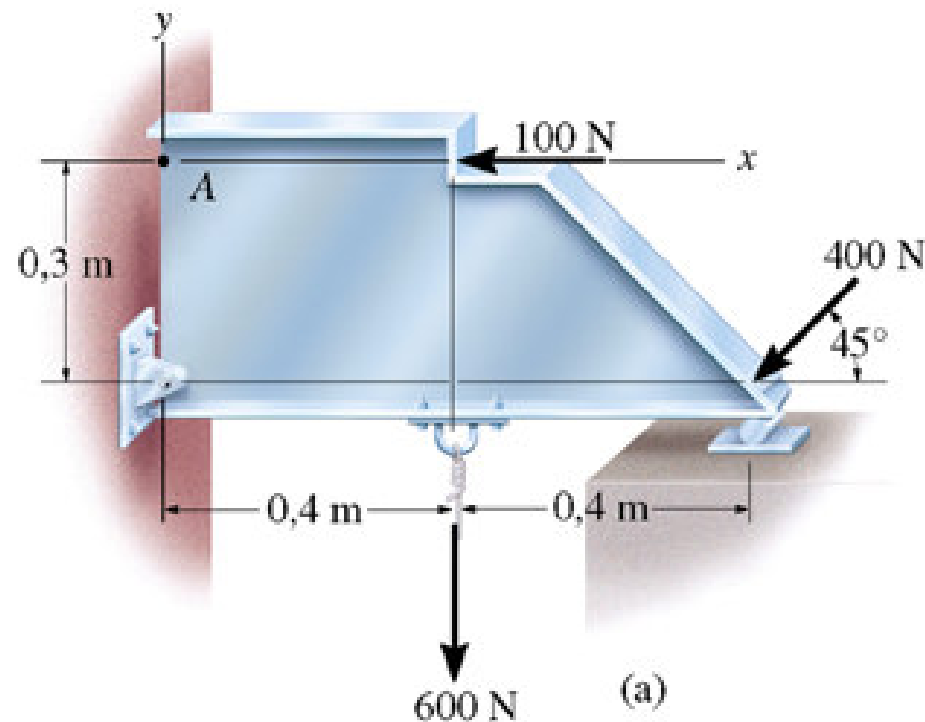
$$F_{Ry} = \sum F_y$$

$$M_R = \sum M$$



# Exercício 1

- 1) Substitua as cargas atuantes na viga por uma única força resultante e um momento atuante no ponto A.



# Solução do Exercício 1

Cálculo da força resultante:

No eixo x:

$$F_{Rx} = \sum F_x \quad \longrightarrow \quad F_{Rx} = -100 - 400 \cdot \cos 45^\circ$$

$$F_{Rx} = -382,8\text{N} \quad \longrightarrow \quad F_{Rx} = 382,8\text{N} \quad \longleftarrow$$

No eixo y:

$$F_{Ry} = \sum F_y \quad \longrightarrow \quad F_{Ry} = -600 - 400 \cdot \text{sen}45^\circ$$

$$F_{Ry} = -882,8\text{N} \quad \longrightarrow \quad F_{Ry} = 882,8\text{N} \quad \downarrow$$

$$F_R = \sqrt{(F_{Rx})^2 + (F_{Ry})^2}$$

$$F_R = \sqrt{(382,8)^2 + (882,8)^2}$$

$$F_R = 962\text{N}$$

Direção da força resultante:

$$\theta = \text{arctg} \left( \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right)$$

$$\theta = \text{arctg} \left( \frac{882,8}{382,8} \right)$$

$$\theta = 66,6^\circ$$

# Solução do Exercício 1

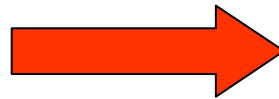
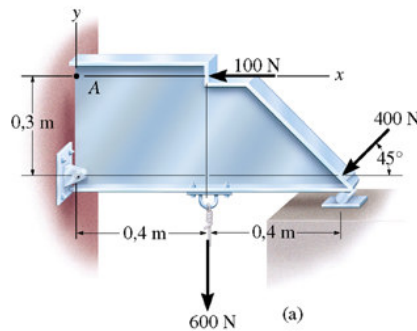
Momento resultante:

$$M_{RA} = \sum M_A$$

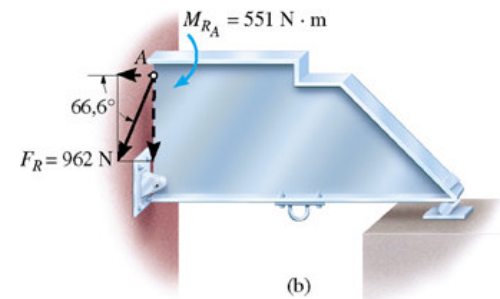
$$M_{RA} = 100 \cdot 0 - 600 \cdot 0,4 - (400 \cdot \text{sen}45^\circ) \cdot 0,8 - (400 \cdot \text{cos}45^\circ) \cdot 0,3$$

$$M_{RA} = -551 \text{ Nm}$$

$$M_{RA} = 551 \text{ Nm} \curvearrowright$$

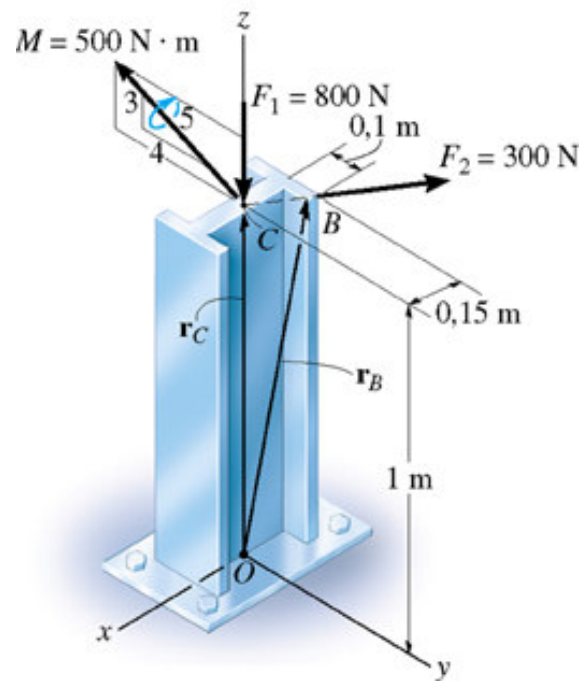


Sistema equivalente:



## Exercício 2

- 2) A estrutura mostrada na figura está submetida a um momento  $M$  e as forças  $F_1$  e  $F_2$ . Substitua esse sistema por uma única força e um momento equivalente atuante no ponto  $O$ .



(a)



# Solução do Exercício 2

Determinação dos vetores de Força e Momento:

Força 1

$$\vec{F}_1 = -800\vec{k} \text{ N}$$

Força 2

$$\vec{F}_2 = F_2 \cdot \vec{u}_{CB} \qquad \vec{F}_2 = F_2 \cdot \left( \frac{\vec{r}_{CB}}{r_{CB}} \right)$$

Vetor Posição

$$\vec{r}_{CB} = -0,15\vec{i} + 0,1\vec{j} \text{ m}$$

Módulo do Vetor Posição

$$r_{CB} = \sqrt{0,15^2 + 0,1^2}$$

$$r_{CB} = 0,180 \text{ m}$$

$$\vec{F}_2 = 300 \cdot \left( \frac{-0,15\vec{i} + 0,1\vec{j}}{0,180} \right)$$

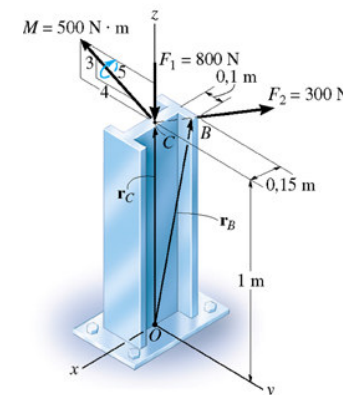
$$\vec{F}_2 = 300 \cdot (-0,833\vec{i} + 0,555\vec{j})$$

$$\vec{F}_2 = -249,9\vec{i} + 166,5\vec{j} \text{ N}$$

Momento

$$\vec{M} = -500 \cdot \left( \frac{4}{5} \right) \vec{j} + 500 \cdot \left( \frac{3}{5} \right) \vec{k}$$

$$\vec{M} = -400\vec{j} + 300\vec{k} \text{ Nm}$$



(a)

Mecânica Técnica

# Solução do Exercício 2

Determinação da Força Resultante:

$$\vec{F}_R = \sum \vec{F} \quad \longrightarrow \quad \vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

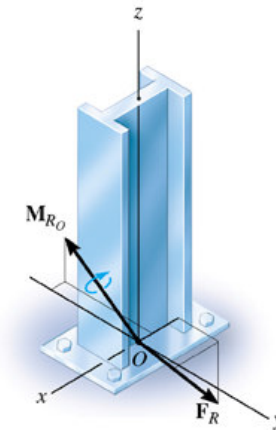
$$\vec{F}_R = -800\vec{k} - 249,9\vec{i} + 166,5\vec{j} \quad \longrightarrow \quad \vec{F}_R = -249,9\vec{i} + 166,5\vec{j} - 800\vec{k} \text{ N}$$

Determinação do Momento Resultante no Ponto O:

$$\vec{M}_{RO} = \sum \vec{M} \quad \vec{M}_{RO} = \vec{M} + (\vec{r}_{OC} \times \vec{F}_1) + (\vec{r}_{OB} \times \vec{F}_2)$$

Vetor Posição:

$$\vec{r}_{OC} = 1\vec{k} \text{ m} \quad \vec{r}_{OB} = -0,15\vec{i} + 0,1\vec{j} + 1\vec{k} \text{ m}$$



$$\vec{M}_{RO} = (-400\vec{j} + 300\vec{k}) + [(1\vec{k}) \times (-800\vec{k})] + [(-0,15\vec{i} + 0,1\vec{j} + 1\vec{k}) \times (-249,9\vec{i} + 166,5\vec{j})]$$

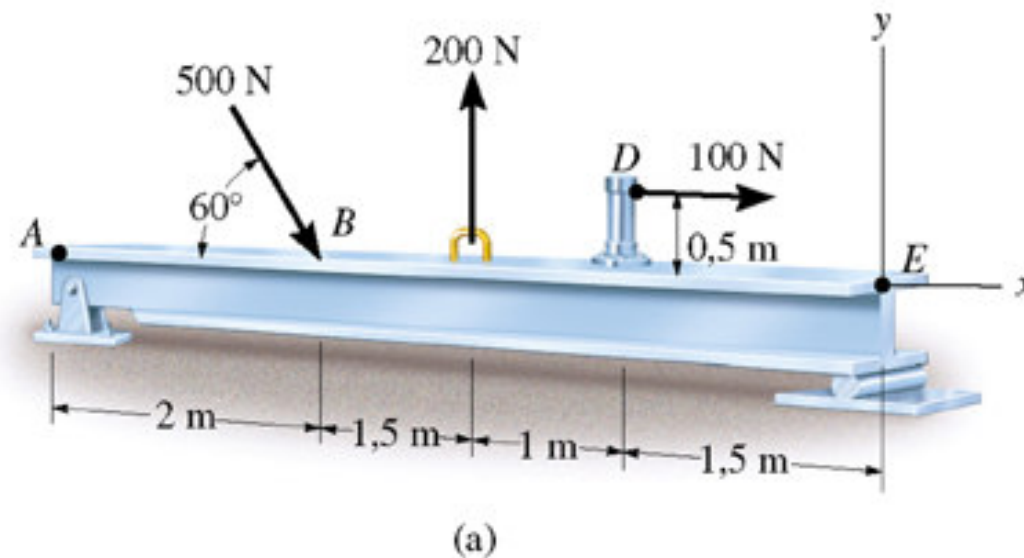
$$\vec{M}_{RO} = (-400\vec{j} + 300\vec{k}) + 0 + (-24,99\vec{k} + 24,99\vec{k} - 249,9\vec{j} - 166,5\vec{i})$$

$$\vec{M}_{RO} = (-400\vec{j} + 300\vec{k} - 249,9\vec{j} - 166,5\vec{i})$$

$$\vec{M}_{RO} = (-166,5\vec{i} - 649,9\vec{j} + 300\vec{k}) \text{ Nm}$$

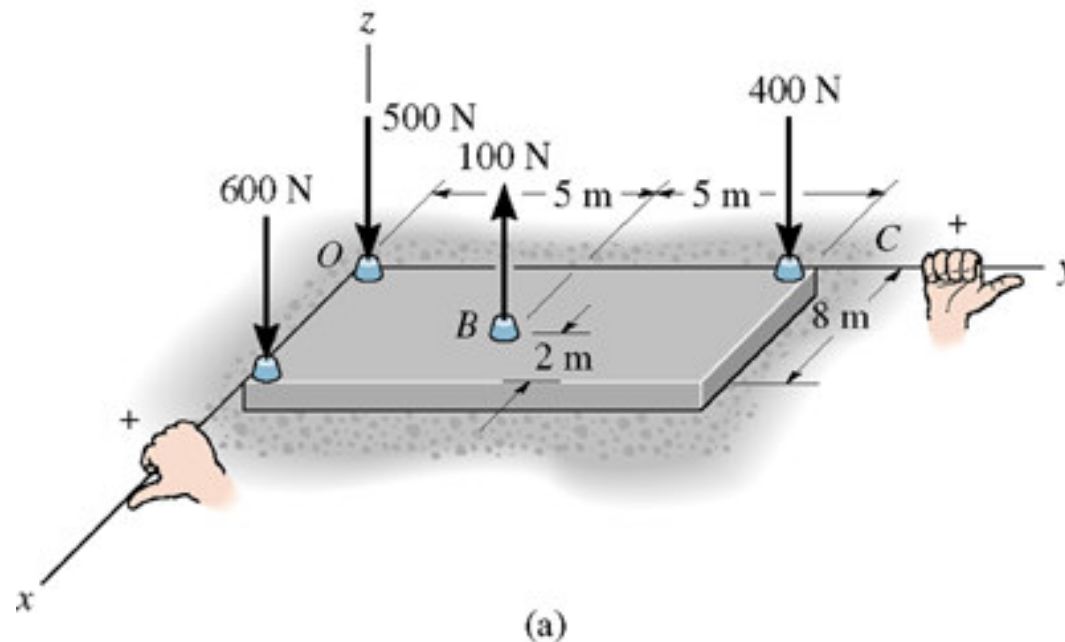
# Exercícios Propostos

- 1) A viga está submetida a um sistema de forças coplanares. Determine a intensidade o sentido e a localização de uma força equivalente ao sistema de forças em relação ao ponto  $E$ .



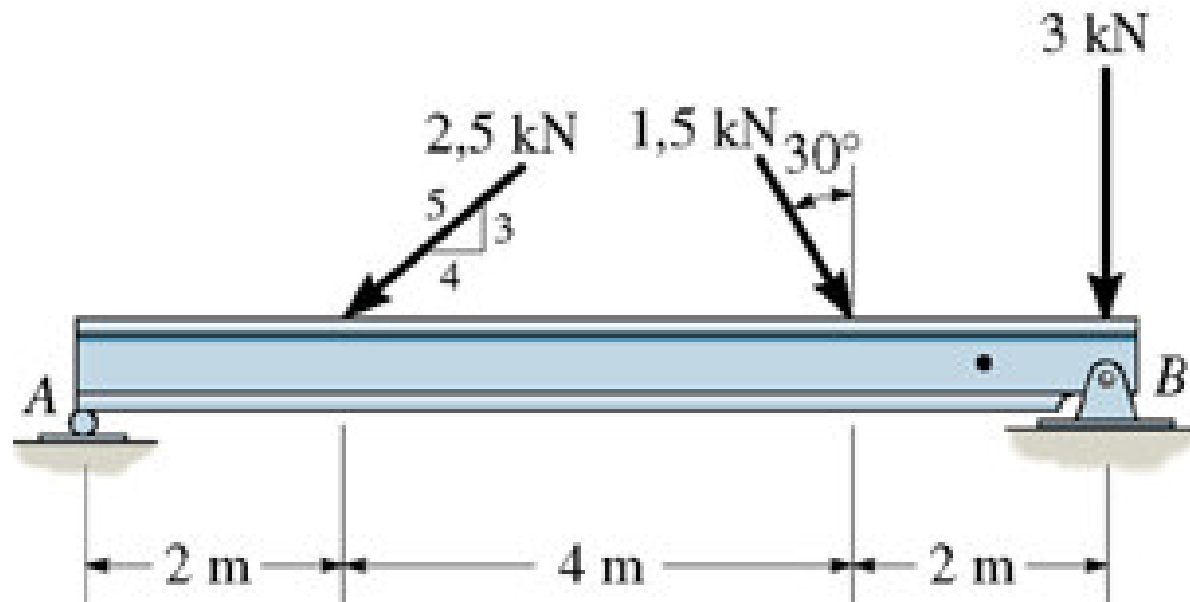
# Exercícios Propostos

- 2) A placa mostrada na figura está submetida a quatro forças. Determine a força resultante equivalente e especifique sua localização  $(x, y)$  sobre a placa.



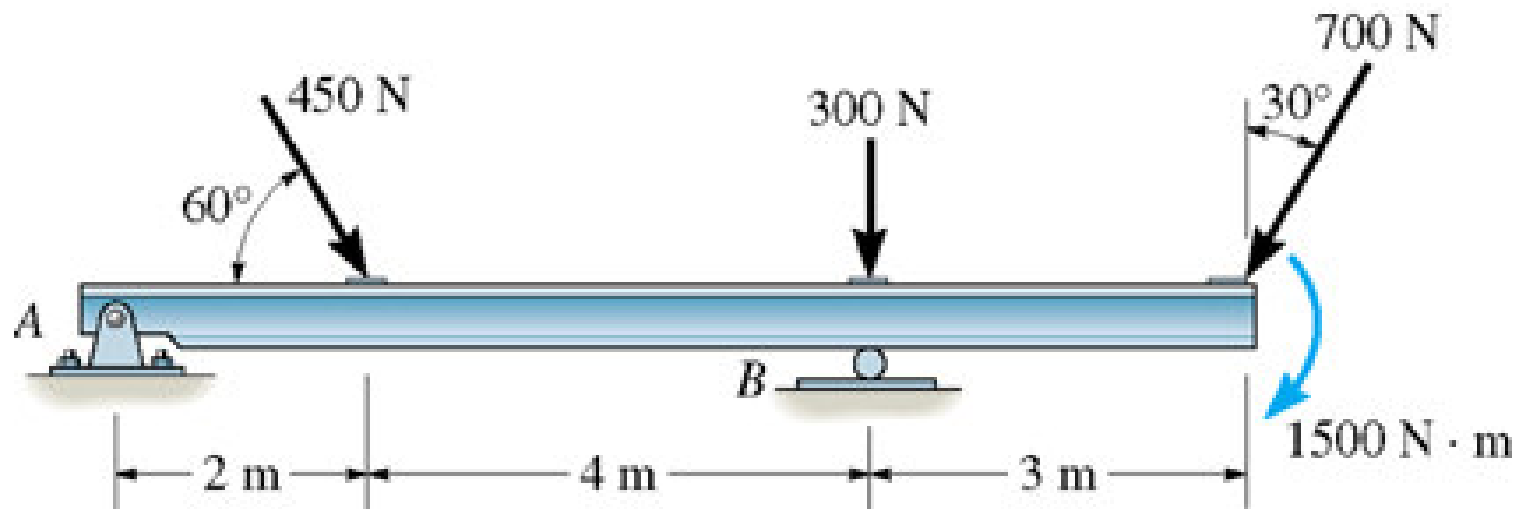
# Exercícios Propostos

- 3) Substitua as cargas atuantes na viga por uma única força resultante e um momento equivalentes no ponto A.



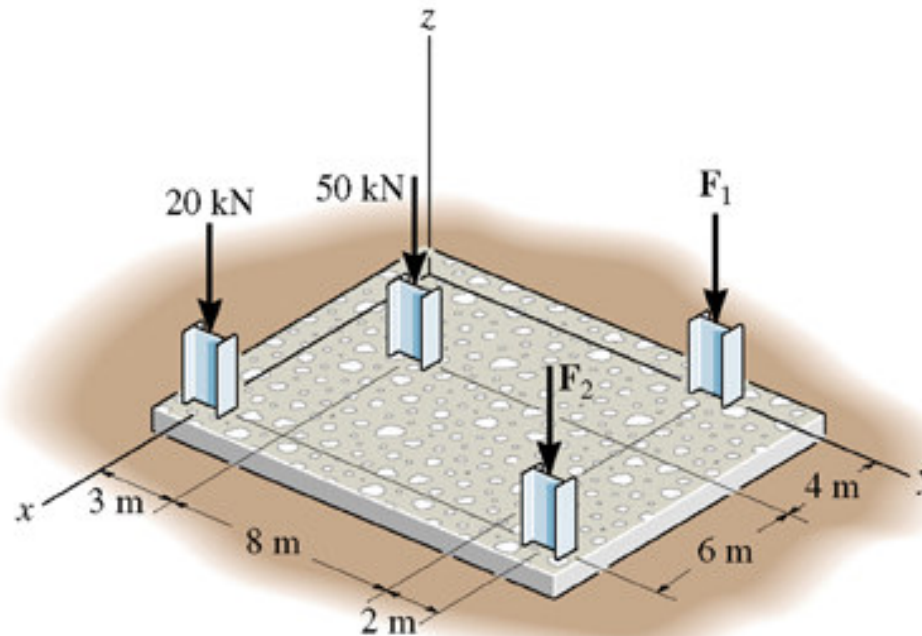
# Exercícios Propostos

- 4) Substitua as cargas atuantes na viga por uma única força resultante. Especifique onde a força atua, tomando como referência o ponto  $B$ .



# Exercícios Propostos

- 5) A laje da figura está submetida a quatro pilares com cargas. Determine a força resultante equivalente e especifique sua localização  $(x, y)$  sobre a laje. Considere que  $F_1 = 30\text{kN}$  e  $F_2 = 40\text{kN}$ .



# Próxima Aula

- Sistemas Equivalentes de Cargas Distribuídas.