

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO

Mecânica Técnica

Aula 12 – Momento em Relação a um Eixo Específico e Momento de um Binário

Tópicos Abordados Nesta Aula

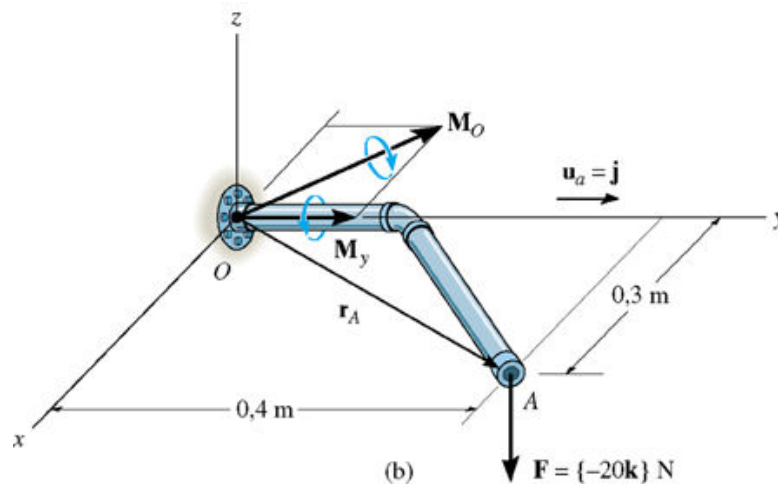
- Momento em Relação a um Eixo Específico.
- Momento de um Binário.

Momento em Relação a um Eixo Específico

- Determina-se o momento da força em relação a um ponto do sistema e depois se realiza a projeção sobre o eixo que se deseja a partir do produto escalar.
- A solução contempla duas etapas, um produto vetorial seguido de um produto escalar.

Momento em Relação a um Eixo Específico – Formulação Matemática

$$M_a = \vec{u}_a \cdot (\vec{r}_{OA} \times \vec{F})$$



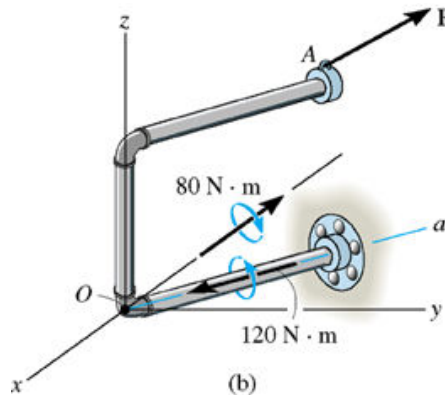
$$M_a = (u_a \vec{i} + u_a \vec{j} + u_a \vec{k}) \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$M_a = \begin{vmatrix} u_{ax} & u_{ay} & u_{az} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$



Calcular o Determinante

Solução do Exercício 1



Vetor Força:

$$\vec{F} = (-40\vec{i} + 20\vec{j} + 10\vec{k})\text{N}$$

Vetor Posição:

$$\vec{r}_{OA} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \text{ m}$$

Vetor Unitário:

$$\vec{u}_x = \vec{i}$$

Momento em Relação ao Eixo x:

$$M_x = \vec{u}_x \bullet (\vec{r}_{OA} \times \vec{F})$$

$$M_x = \begin{vmatrix} u_{xx} & u_{xy} & u_{xz} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \longrightarrow M_x = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & 6 \\ -40 & 20 & 10 \end{vmatrix} \longrightarrow M_x = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & 6 \\ -40 & 20 & 10 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 4 \\ -40 & 20 \end{vmatrix}$$

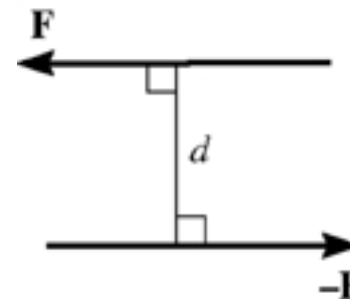
Solução do Determinante:

$$M_x = [-(-40 \cdot 4 \cdot 0) - (20 \cdot 6 \cdot 1) - (10 \cdot -3 \cdot 0)] + [(1 \cdot 4 \cdot 10) + (0 \cdot 6 \cdot -40) + (0 \cdot 3 \cdot -20)]$$

$$M_x = [0 - 120 - 0] + [-40 - 0 - 0] \longrightarrow M_x = [-120 + 40] \longrightarrow M_x = -80\text{Nm}$$

Momento de um Binário

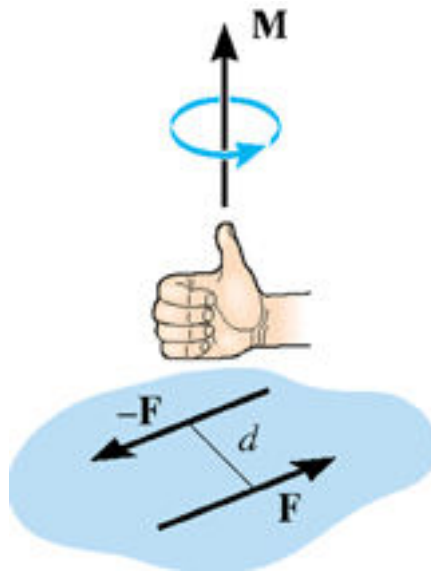
- Um binário é definido como duas forças paralelas de mesma intensidade, sentidos opostos e separadas por um distância d .
- O efeito de um binário é proporcionar rotação ou tendência de rotação em um determinado sentido.



Formulação Matemática de um Binário

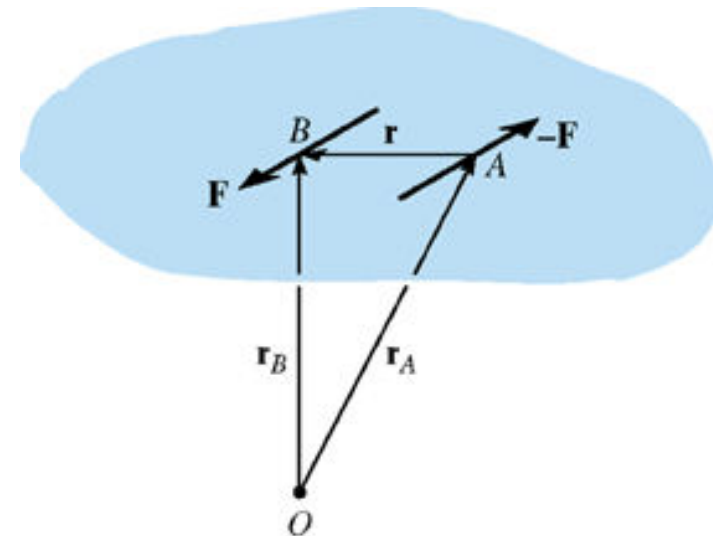
Formulação Escalar:

$$M = F \cdot d$$



Formulação Vetorial:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$



Binários Equivalentes

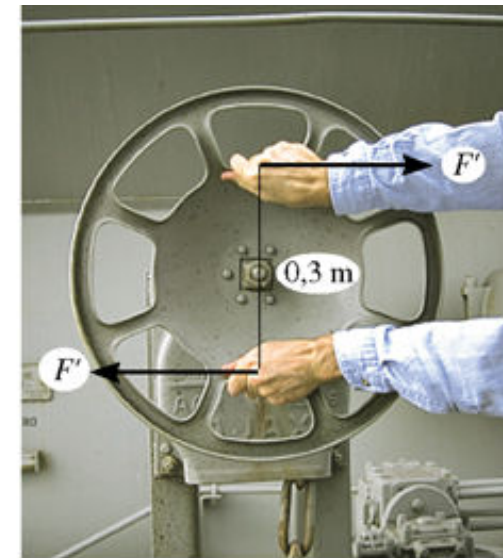
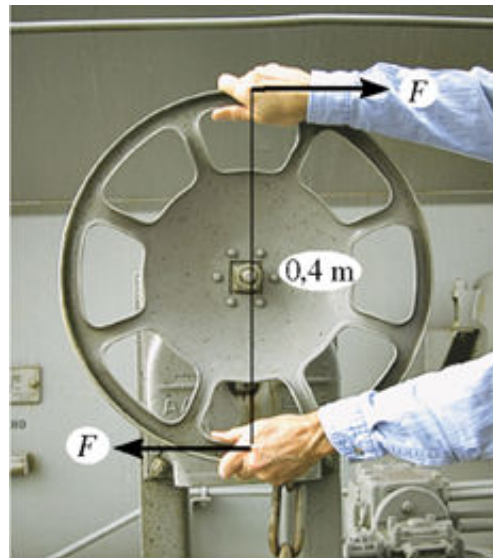
- Dois binários são ditos equivalentes se produzem o mesmo momento.
- O momento resultante de dois binários é obtido pela soma dos binários.

Notação Escalar:

$$M_R = \sum (F \cdot d)$$

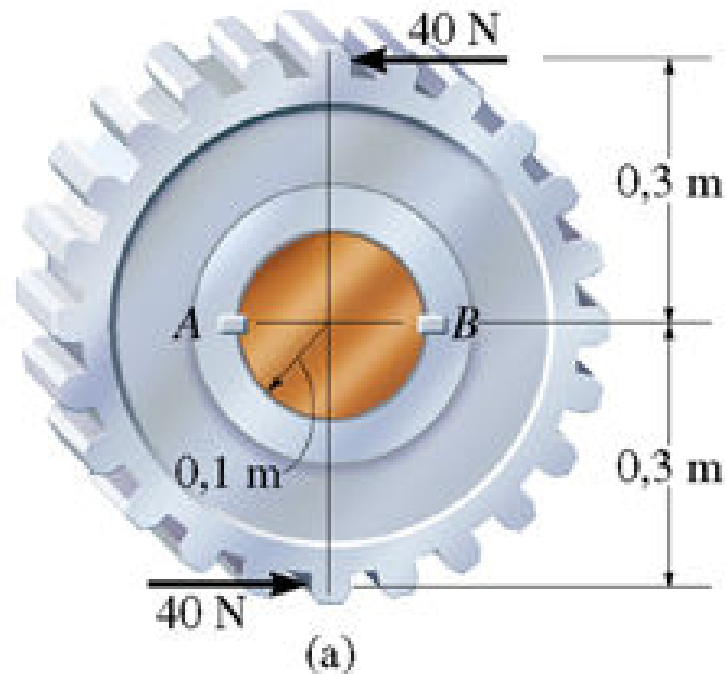
Notação Vetorial:

$$\vec{M}_R = \sum (\vec{r} \times \vec{F})$$

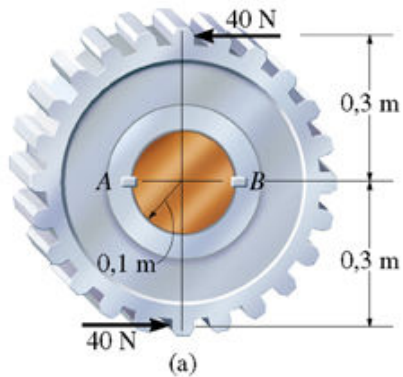


Exercício 2

- 2) Um binário atua nos dentes da engrenagem mostrada na figura. Substitua esse binário por um equivalente, composto por um par de forças que atuam nos pontos *A* e *B*.



Solução do Exercício 2



Momento do Binário:

$$M = F \cdot d$$

$$M = 40 \cdot 0,6$$

$$M = 24 \text{ Nm}$$

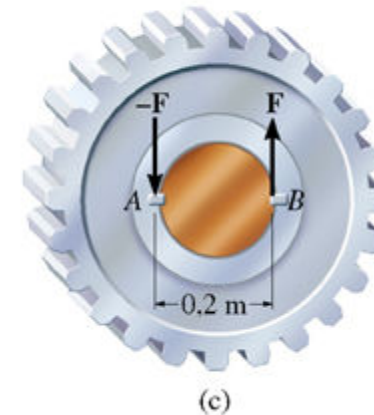


Cálculo das Forças:

$$F = \frac{M}{d_{AB}}$$

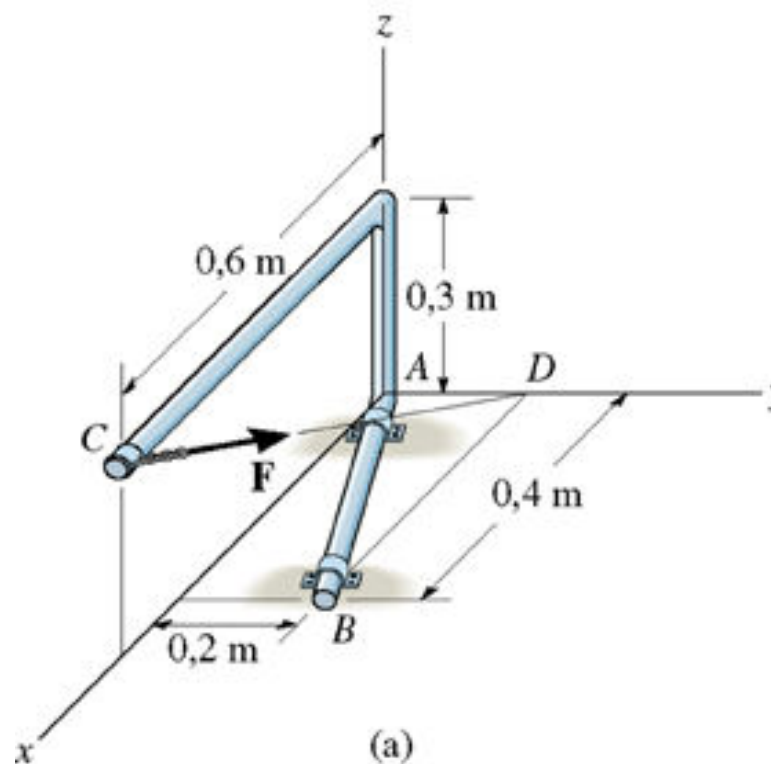
$$F = \frac{24}{0,2}$$

$$F = 120 \text{ N}$$



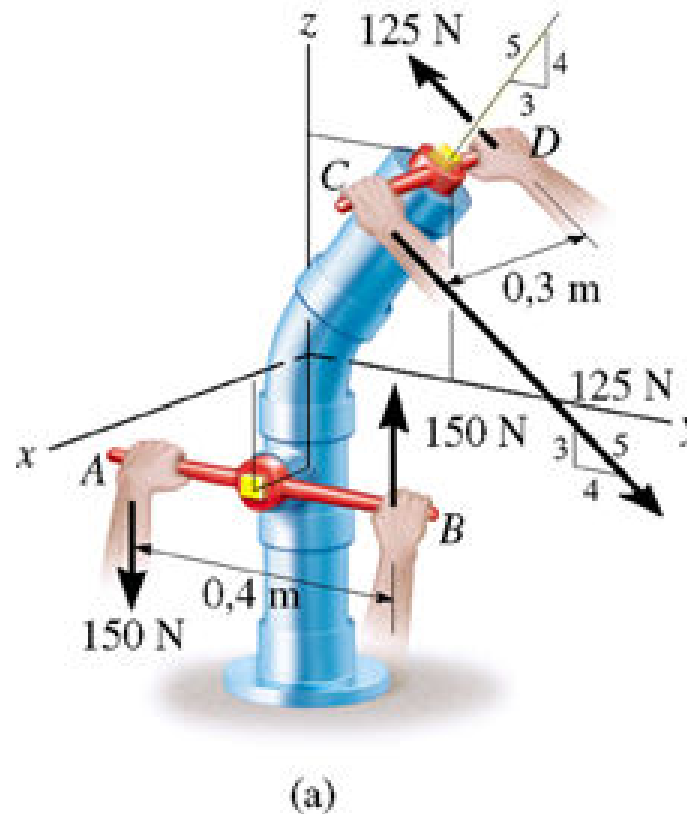
Exercícios Propostos

- 1) A barra mostrada na figura é suportada por dois mancais em A e B . Determine o momento M_{AB} produzido por $\vec{F} = (-600\vec{i} + 200\vec{j} - 300\vec{k})$ N que tende a girar a barra em torno do eixo AB .



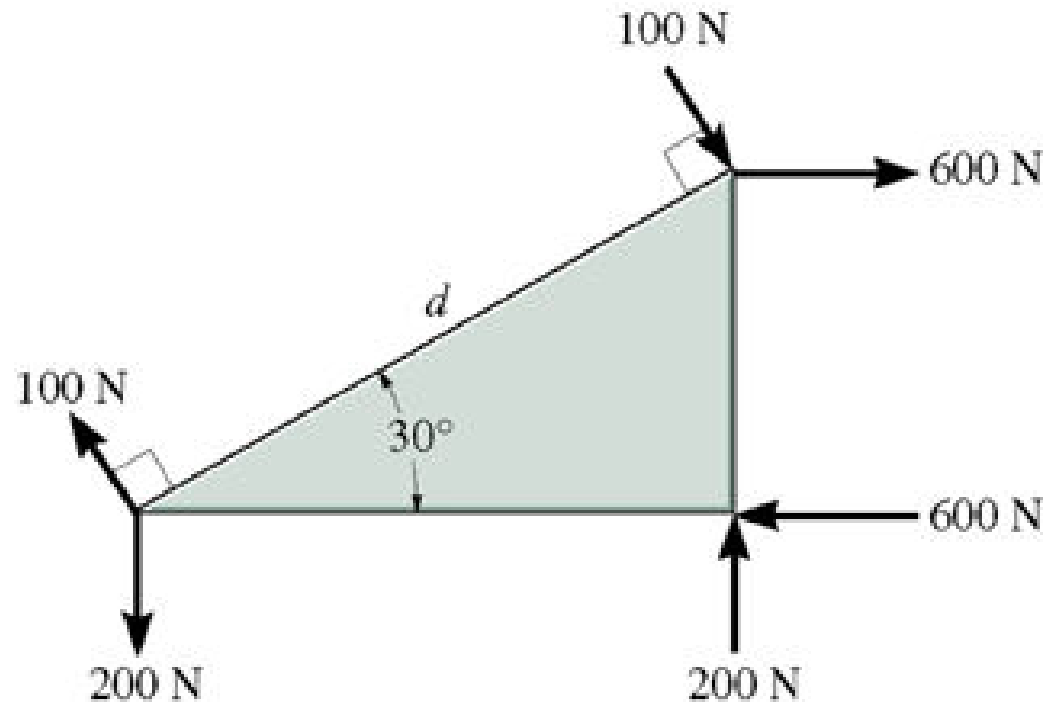
Exercícios Propostos

- 2) Substitua os dois binários que atuam na estrutura por um único binário resultante.



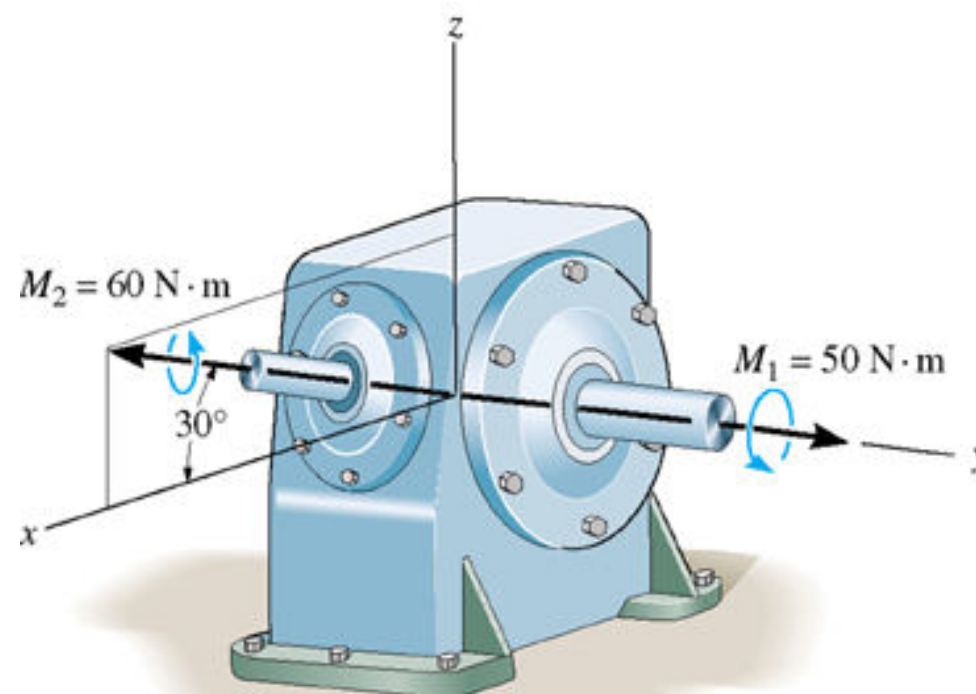
Exercícios Propostos

- 3) As extremidades da chapa triangular estão sujeitas a três binários. Determine a dimensão d da chapa de modo que o momento de binário resultante seja 350Nm no sentido horário.



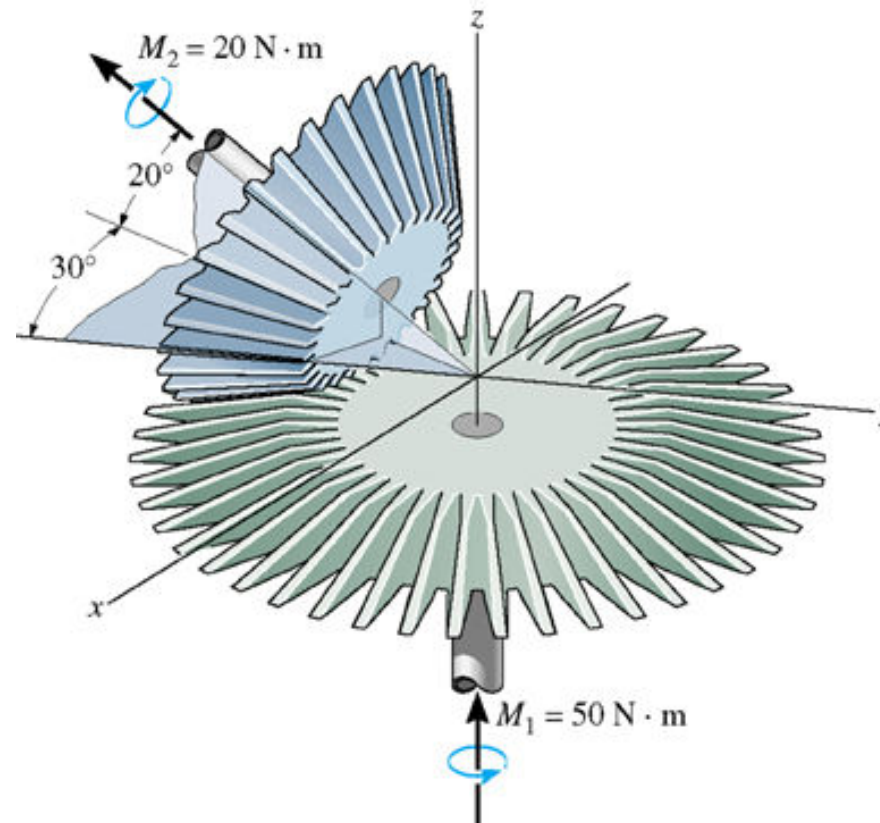
Exercícios Propostos

- 4) O redutor de velocidade está sujeito ao binário mostrado na figura. Determine o momento de binário resultante especificando sua intensidade e os ângulos coordenados diretores.



Exercícios Propostos

- 5) As engrenagens estão sujeitas aos momentos de binário mostrados na figura. Determine a intensidade do momento de binário resultante e especifique seus ângulos coordenados diretores.



Próxima Aula

- Redução de um Sistema de Cargas Concentradas.
- Sistemas Equivalentes de Forças e Momentos.