

INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
SÃO PAULO

# Introdução ao Projeto de Aeronaves

Aula 25 – Estabilidade Longitudinal  
Dinâmica

**TAPERÁ**

**Aerodesign**



# Tópicos Abordados

- Estabilidade Longitudinal Dinâmica.
- Modos de Estabilidade Longitudinal Dinâmica.
- Análise do modo de Pughoid.
- Análise do modo de “Short Period”.

# Princípios de Estabilidade Dinâmica

- Nas aulas 25 e 26 são apresentados de forma bem simplificada a teoria para a determinação das características dinâmicas de estabilidade e uma aeronave.
- Como os critérios de estabilidade dinâmica envolvem uma teoria física e matemática complexa, recomenda-se o estudo de obras destinadas somente a esse propósito, que contemplam um número muito maior de informações.

# Estabilidade Dinâmica

- O objetivo desta aula é o estudo das características da estabilidade e da resposta de aeronaves em termos de pequenas perturbações a uma condição de vôo estacionária bem definida. Estas características definem a estabilidade dinâmica da aeronave.
- A estabilidade dinâmica é definida como a tendência que as amplitudes do movimento perturbado de uma aeronave apresentam para atingir o zero ou valores correspondentes a uma nova condição de vôo estacionário, depois de decorrido algum tempo após a perturbação ter cessado.

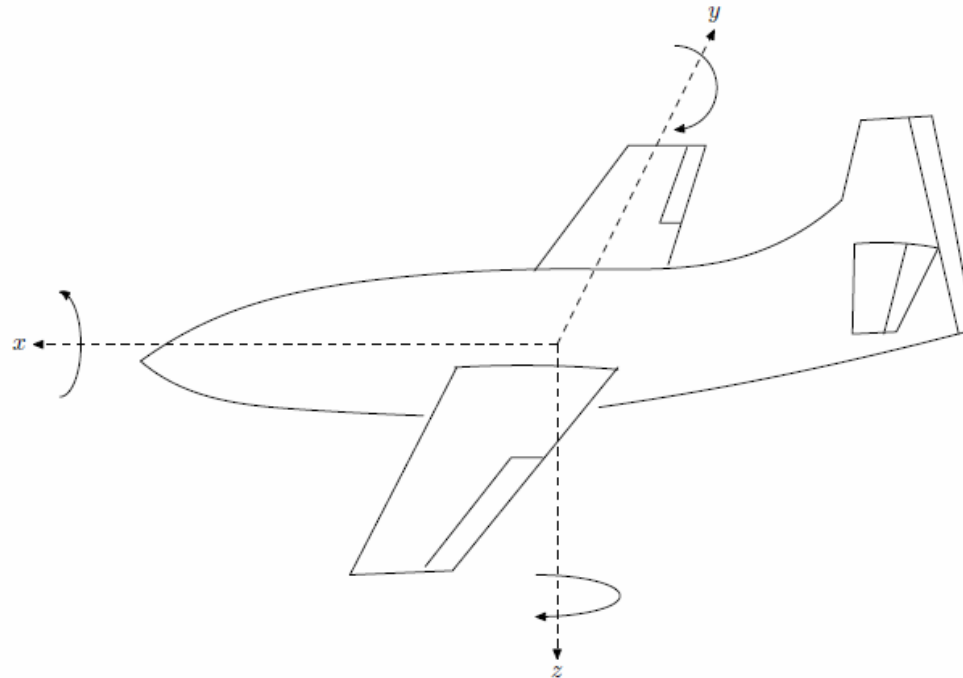
# Critério de Estabilidade Dinâmica

- O comportamento dinâmico desejado para determinado avião, ou seja, o seu comportamento para uma condição não estacionária, pode ser formulado em termos de critérios de estabilidade dinâmica.
- Um critério de estabilidade dinâmica é definido como uma regra que divide o movimento perturbado das aeronaves em estável, neutralmente estável ou instável.
- Num outro contexto, um critério de estabilidade dinâmica pode ser interpretado como uma especificação das características da resposta da aeronave, de modo a que esta obedeça, por exemplo, a determinadas relações entre frequência e amortecimento.

# Perturbações Externas e Internas

- A resposta de um avião pode ser definida como a variação no tempo das variáveis do movimento perturbado, definidas relativamente a um estado estacionário, como resultado de uma perturbação gerada externa ou internamente.
- A alteração dos ângulos de ataque ou de derrapagem devido a variações atmosféricas, como uma rajada, são exemplos de perturbações geradas externamente.
- Uma deflexão de uma superfície de controle ou uma falha no sistema de propulsão, são exemplos de perturbações internas.

# Nomenclatura das Variáveis para Análise de Estabilidade Longitudinal Dinâmica



Axis	Perturbation force	Mean velocity	Perturbation velocity	Rotation angle	Angular velocity	Moment of inertia	Moment
$x$	$X$	$U$	$u$	$\phi$	$p$	$A$	$L$
$y$	$Y$	$V$	$v$	$\theta$	$q$	$B$	$M$
$z$	$Z$	$W$	$w$	$\psi$	$r$	$C$	$N$

# Equação Matricial

- Análise “pughoid” e “short period”
- Calcular os autovalores da matriz  $A$
- Cálculo do tempo para redução da amplitude pela metade
- Parte real negativa indica estabilidade longitudinal dinâmica
- Derivadas definidas segundo Robert C. Nelson – “Flight Stability and Automatic Control” – Capítulo 4

derivadas $u$	derivadas $w$	derivadas $\dot{w}$	derivadas $q$
$X_u$	$X_w$	$X_{\dot{w}}$	$X_q$
$Z_u$	$Z_w$	$Z_{\dot{w}}$	$Z_q$
$M_u$	$M_w$	$M_{\dot{w}}$	$M_q$

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{w} \\ \Delta \dot{q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u & Z_w & u_0 & 0 \\ M_u + M_{\dot{w}}Z_u & M_w + M_{\dot{w}}Z_w & M_q + M_{\dot{w}}u_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix}$$



# Raízes da Equação

- Uma vez que as características de estabilidade dinâmica das funções de transferência em malha aberta da aeronave são determinadas pelas raízes da equação característica, interessa analisar todas as combinações possíveis para a localização dessas quatro raízes. São três as hipóteses que se colocam:
  - 1) As quatro raízes são reais;
  - 2) Duas raízes são reais e as outras duas complexas conjugadas;
  - 3) As quatro raízes são complexas e formam dois pares de complexas conjugadas.

## Características para Estabilidade

- Apesar de qualquer destas combinações ser possível no caso de uma aeronave, a mais usual, correspondente a aeronaves com estabilidade inerente, é a que apresenta todas as raízes complexas e com parte real negativa.
- Para que uma aeronave apresente estabilidade dinâmica longitudinal, todas as raízes reais devem ser negativas, e todas as complexas devem ter parte real negativa.

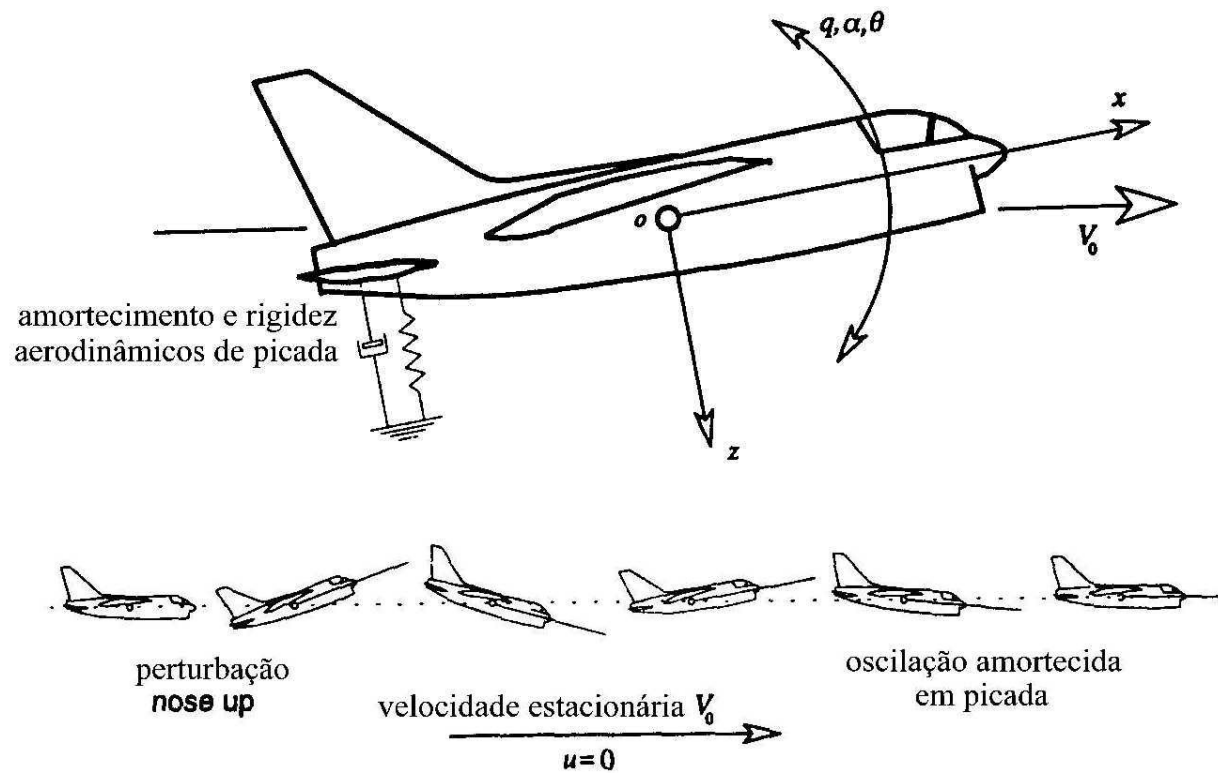
# Modos de Estabilidade Longitudinal Dinâmica

- Considere uma aeronave cujas características de estabilidade dinâmica são determinadas por dois pares de raízes complexas conjugadas, correspondentes a dois modos de estabilidade dinâmica longitudinal. Quando a aeronave é perturbada do seu estado de equilíbrio compensado, os dois modos são excitados, e interessa analisar cada um destes modos.
- A perturbação pode ser provocada por comandos de controle do piloto, como por exemplo, alteração da configuração de vôo da aeronave, ou por ocorrências atmosféricas externas. Os dois modos característicos de estabilidade longitudinal dinâmica são:
  - A) Modo de Curtos Períodos “Short Period”.
  - B) Modo “Pughoid”.

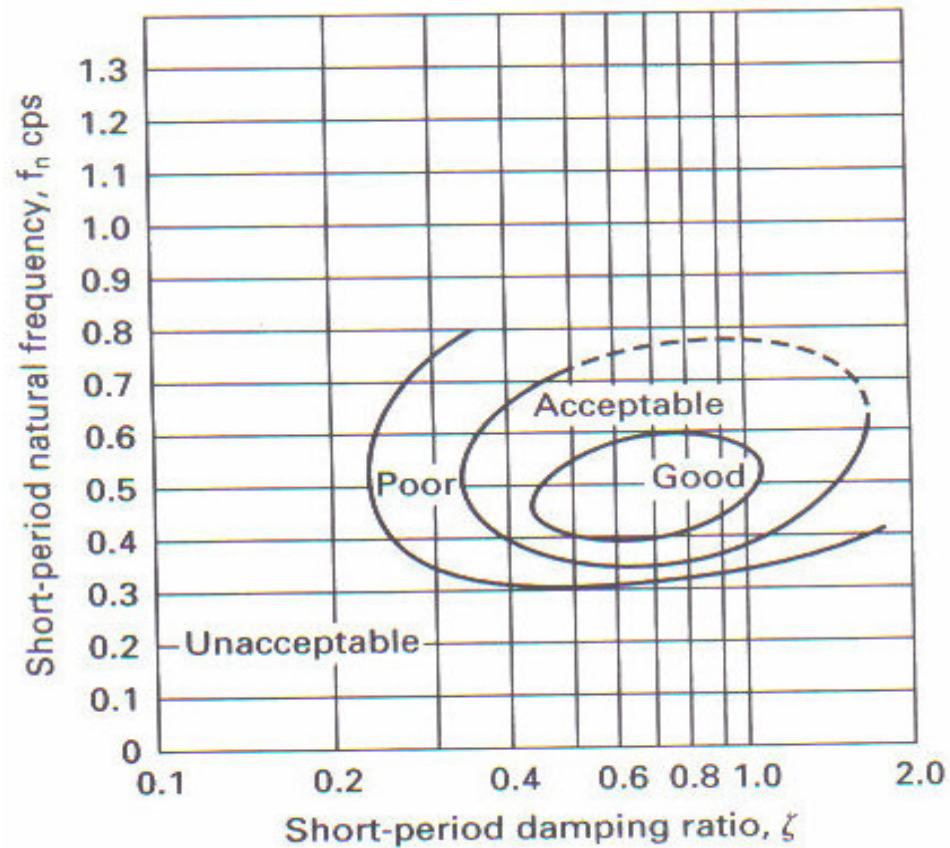
# Modo de Curtos Períodos

- O modo de período curto é tipicamente uma oscilação amortecida de picada em torno do eixo  $y$ . Assim, sempre que a aeronave sofre uma perturbação a partir do seu estado de equilíbrio, o modo é excitado, manifestando-se como uma oscilação de segunda ordem clássica. De uma maneira geral, a frequência natural do modo de período curto está entre 1 rad/s e 10 rad/s, enquanto o amortecimento, apesar de estabilizador, apresenta um amortecimento mais baixo do que o desejável.
- Uma característica importante deste modo de oscilação é o fato da velocidade da aeronave permanecer constante durante a perturbação. De fato, uma vez que o período do modo é curto, os efeitos da inércia asseguram que a resposta em termos de velocidade é desprezível dentro da escala temporal do modo.

# Exemplo de Período Curto



# Qualidades do Modo de Período Curto



## Modo de “Pughoid”

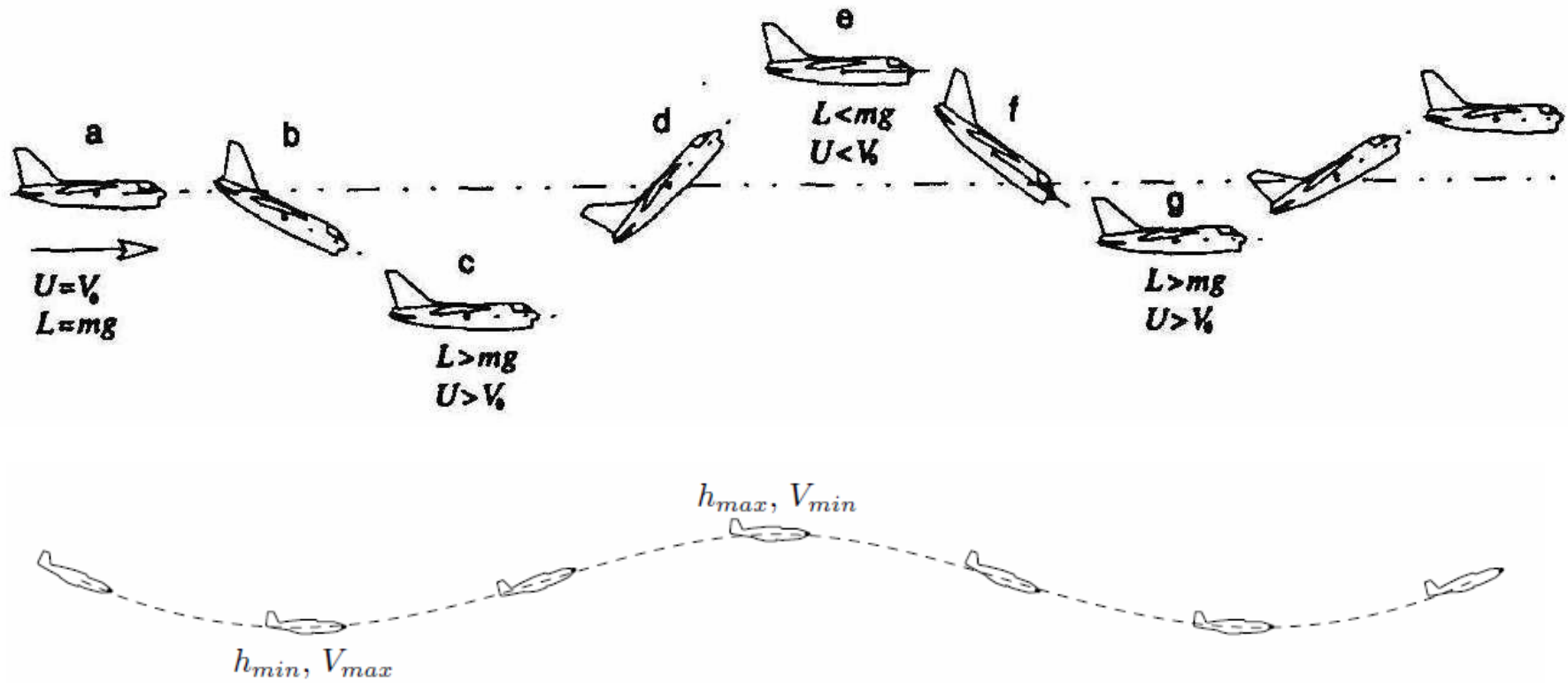
- O modo fugóide é, na grande maioria dos casos, uma oscilação de baixa frequência ligeiramente amortecida na velocidade  $u$ , acoplada com a atitude de arfagem e com a altitude  $h$ .
- Uma das características fundamentais deste modo é que o ângulo de ataque, permanece aproximadamente constante durante a perturbação.

# Características do Modo de “Pughoid”

- O movimento de fugóide é um movimento oscilatório amortecido clássico, que resulta numa curva sinusoidal descrita pelo centro de gravidade em torno da linha de referência inicial.
- Como estão envolvidas inércias relativamente elevadas, o movimento é necessariamente lento, com frequências naturais tipicamente entre 0,1 rad/s e 1 rad/s.
- O amortecimento do movimento é muito baixo, uma vez que a aeronave
- é projetada para que apresente resistência mínima.
- De uma maneira geral, uma vez excitado o modo de fugóide, decorrerão muito ciclos até que o movimento seja amortecido.
- Por esta razão, o movimento do modo de fugóide é muitas vezes tratado como se fosse um movimento oscilatório não amortecido, sendo que a energia é conservada, existindo apenas trocas entre energia potencial e cinética e vice-versa.



# Exemplo do Modo de “Pughoid”



# Tema da Próxima Aula

- Estabilidade Lateral Dinâmica.
- Estabilidade Direcional Dinâmica.
- Modos de Estabilidade Dinâmica.