

SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE CIÊNCIAS INTEGRADAS DA UNAERP CAMPUS GUARUJÁ

Método analítico para o traçado da polar de arrasto de aeronaves leves subsônicas aplicações para a competição Sae-Aerodesign

Luiz Eduardo Miranda José Rodrigues
Coordenador do curso de Engenharia Mecânica
Faculdade Anhanguera de Jundiaí
luizeduardo@unianhanguera.edu.br

Este simpósio tem apoio da Fundação Fernando Eduardo Lee

RESUMO: O presente artigo possui como objetivo apresentar um modelo analítico que permite a determinação da equação que define a polar de arrasto de uma aeronave leve operando em regime subsônico de vôo. Basicamente toda a relação existente entre a força de sustentação e a força de arrasto, bem como importantes detalhes sobre o desempenho de uma aeronave podem ser obtidos a partir da leitura direta da curva polar de arrasto, questões fundamentais tais como o que é uma polar de arrasto e, qual sua importância para o desempenho da aeronave são discutidas em detalhes no desenvolvimento e apresentação deste artigo.

Palavras-chave: Aeronaves, Análise de Desempenho, Aerodinâmica, Polar de Arrasto, AeroDesign.

Apresentação: Pôster.

1. Introdução

Uma obtenção precisa da curva que define a polar de arrasto de uma aeronave é essencial para um ótimo projeto. Durante as fases iniciais do projeto de uma nova aeronave, muitas vezes existe a necessidade da realização de uma série de iterações e refinamentos até se chegar a uma equação ideal que define a polar de arrasto para o propósito do projeto em questão. Os conceitos abordados neste artigo para a determinação da polar de arrasto são utilizados na indústria aeronáutica e servem como referência para a aplicação no desenvolvimento de aeronaves destinadas a participar da competição SAE-AeroDesign.

2 – Definição de polar de arrasto e como ela pode ser obtida

A polar de arrasto representa uma curva que mostra a relação entre o coeficiente de arrasto e o coeficiente de sustentação de uma aeronave completa. Essa relação é expressa através de uma equação que pode ser representada por um gráfico denominado polar de arrasto.

Para todo corpo com forma aerodinâmica em movimento através do ar existe uma relação entre o coeficiente de sustentação (C_L) e o coeficiente de arrasto (C_D) que pode ser expressa por uma equação ou então representada por um gráfico. Tanto a equação como o gráfico que representam a relação entre (C_L) e (C_D) são chamados de polar de arrasto.

A polar de arrasto mostra toda a informação aerodinâmica necessária para uma análise de desempenho da aeronave. A equação que define a polar de arrasto de uma aeronave pode ser obtida a partir da força de arrasto total gerada na mesma. O arrasto total é obtido a partir da soma do arrasto parasita com o arrasto de onda e com o arrasto devido a geração de sustentação na aeronave, assim, a equação que define o arrasto total de uma aeronave na forma de coeficientes aerodinâmicos pode ser escrita da seguinte forma.

$$C_D = C_{D0} + C_{Dw} + C_{Di} \quad (1)$$

Na presente equação, o termo referente ao arrasto de onda C_{DW} pode ser desprezado durante os cálculos do projeto de uma aeronave destinada a participar da competição SAE-AeroDesign, uma vez que esta parcela de arrasto somente se faz presente em velocidades transônicas ou supersônicas, o que não acontece em aeronaves que participam do AeroDesign que normalmente realizam vôos em uma faixa de velocidades entre 10 m/s e 30 m/s. Dessa forma, a Equação (1) pode ser reescrita da seguinte forma.

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \cdot e_0 \cdot AR} \quad (2)$$

O primeiro termo do lado direito da Equação (2) representa o arrasto parasita da aeronave e o segundo representa o arrasto devido a produção de sustentação. De forma a simplificar a presente equação, o arrasto de sustentação pode ser escrito na forma de um coeficiente de proporcionalidade como mostra a Equação (3).

$$C_D = C_{D0} + K \cdot C_L^2 \quad (3)$$

O coeficiente de proporcionalidade K é calculado por.

$$K = \frac{1}{\pi \cdot e_0 \cdot AR} \quad (4)$$

Sendo e_0 denominado fator de eficiência de Oswald. Segundo Anderson [1], o coeficiente de Oswald representa cerca de 75% do fator de eficiência de envergadura e , podendo ser obtido da seguinte forma.

$$e_0 = 0,75 \cdot e \quad (5)$$

Geralmente para uma aeronave completa, e_0 é um número que se encontra entre 0,6 e 0,8, isto ocorre devido aos efeitos de interferência entre a asa e a fuselagem, bem como devido aos efeitos da contribuição da cauda e outros componentes do avião.

A Equação (3) representa a polar de arrasto de uma aeronave, e, nesta equação, C_D representa o coeficiente total de arrasto da aeronave, C_{D0} representa o coeficiente de arrasto parasita e o termo KC_L^2 representa o arrasto oriundo da produção de sustentação na aeronave.

Um gráfico genérico da polar de arrasto de uma aeronave é apresentado na Figura 1 mostrada a seguir.

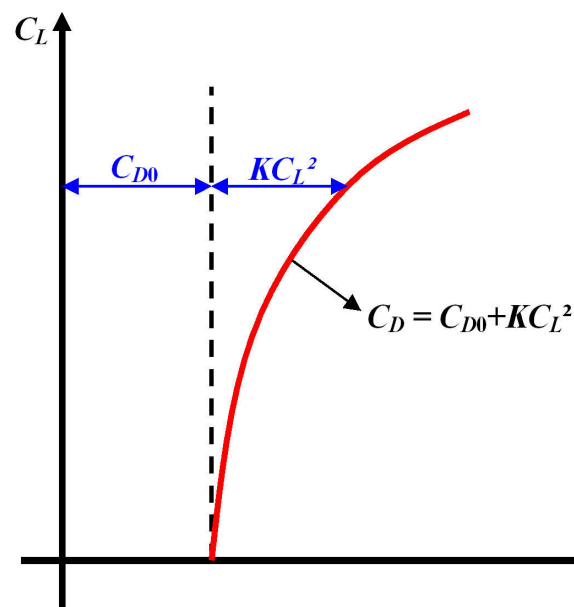


Figura 1 – Curva genérica da polar de arrasto de uma aeronave.

A curva apresentada na Figura 1 assume essa forma genérica para qualquer aeronave em regime de voo subsônico. A origem desta forma pode ser facilmente visualizada a partir das forças aerodinâmicas que atuam em uma aeronave em voo como mostra a Figura 2.

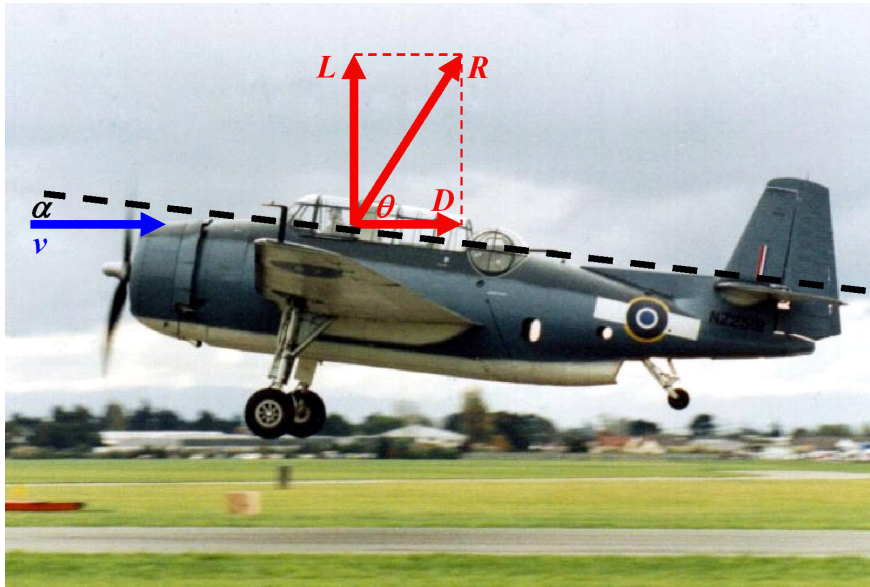


Figura 2 – Forças aerodinâmicas atuantes durante o voo.

A partir da análise da Figura 2, pode-se perceber que para um determinado ângulo de ataque α , a força resultante aerodinâmica R forma um ângulo θ em relação ao vento relativo. Dessa forma, se R e θ forem desenhados em uma escala conveniente num gráfico, é possível se traçar a polar de arrasto de uma aeronave como um todo, pois é certo que para cada ângulo de ataque avaliado, um novo valor de R e um novo valor de θ serão obtidos. A Figura 3 mostra o desenho da polar de arrasto para diversos valores de R e θ .

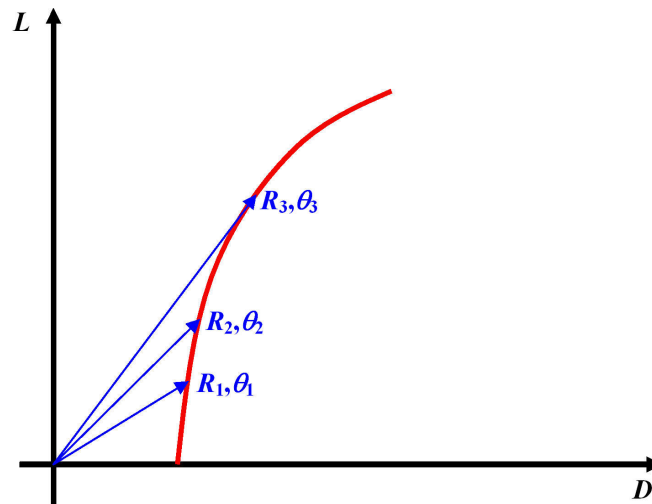


Figura 3 – Representação da resultante aerodinâmica na polar de arrasto.

Portanto, a polar de arrasto nada mais é que a representação da força resultante aerodinâmica desenhada em coordenadas polares. É importante observar que cada ponto da polar de arrasto

corresponde a um ângulo de ataque diferente, também é importante notar que o gráfico apresentado na Figura 3 possui seus valores dados em relação às forças aerodinâmicas de sustentação e arrasto, porém normalmente a curva polar de arrasto de uma aeronave é apresentada em termos dos coeficientes aerodinâmicos C_D e C_L . Em ambas as situações, a curva obtida será exatamente a mesma.

Para uma maior eficiência aerodinâmica da aeronave, pode-se perceber que quanto maior for o valor do ângulo θ , maior será a relação obtida entre a força de sustentação e a força de arrasto e conseqüentemente menor será a parcela referente ao arrasto parasita, fazendo dessa forma com que a curva polar se aproxime muito do eixo vertical. A situação ideal para o projeto aerodinâmico seria um ângulo θ igual a 90° , pois dessa forma, todo o arrasto seria eliminado da aeronave, porém isso é uma situação impossível de se obter na prática, e, portanto, uma maneira muito eficaz de se melhorar a polar de arrasto de uma aeronave é tentar reduzir o quanto possível o arrasto parasita e também o arrasto induzido da aeronave.

Para toda polar de arrasto existe um ponto no qual a relação entre C_L e C_D assume o seu máximo valor, esse ponto é denominado na aerodinâmica de ponto de projeto e representado na nomenclatura por $(L/D)_{m\acute{a}x}$ ou eficiência máxima $E_{m\acute{a}x}$.

É importante ressaltar que este ponto representa na aerodinâmica da aeronave um ângulo de ataque no qual é possível manter o vôo obtendo a máxima força de sustentação com a menor penalização de arrasto acarretando em importantes características de desempenho da aeronave.

Como forma de se determinar o ponto de projeto de uma aeronave a partir da sua polar de arrasto, a Figura 4 mostra a localização desse ponto e as Equações de (6a) a (6j) fornecem um subsídio matemático para a determinação do coeficiente de sustentação de projeto denominado C_L^* com o qual é possível se obter a máxima eficiência aerodinâmica da aeronave.

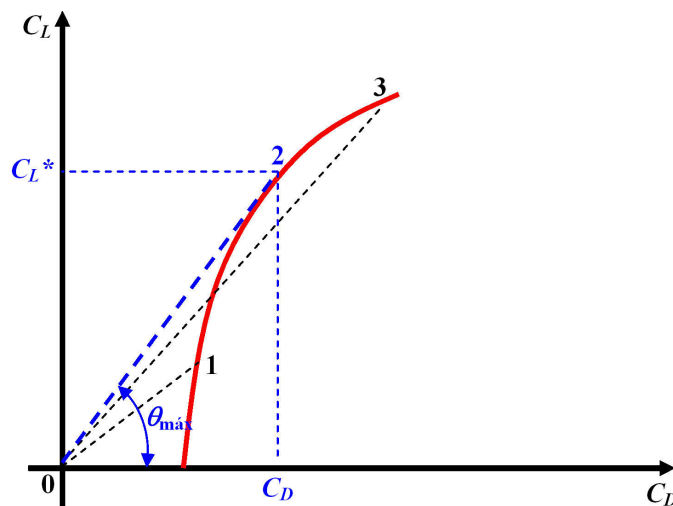


Figura 4 – Determinação da relação $(L/D)_{m\acute{a}x}$.

Pode-se observar na Figura 4 que o máximo valor de θ e conseqüentemente a máxima relação C_L/C_D ocorrerá a partir de uma linha tangente a curva polar de arrasto partindo da origem do sistema de coordenadas (linha 0,2). Para qualquer outra posição do gráfico que não essa, a eficiência aerodinâmica da aeronave será menor.

A partir de definições fundamentais do cálculo diferencial e integral, pode-se chegar a uma equação que permite obter o coeficiente de sustentação de projeto, o correspondente coeficiente de arrasto e a eficiência máxima da aeronave. Assim, a partir da análise da Figura 4 observa-se que.

$$tg\theta_{máx} = \frac{C_L^*}{C_D} = E_{máx} \quad (6a)$$

assim, pode-se escrever que.

$$\frac{1}{tg\theta_{máx}} = \frac{C_D}{C_L^*} = \frac{1}{E_{máx}} \quad (6b)$$

ou,

$$\frac{1}{tg\theta_{máx}} = \frac{C_{D0} + K \cdot C_L^{*2}}{C_L^*} = \frac{1}{E_{máx}} \quad (6c)$$

Como forma de se obter o máximo valor de eficiência para a aeronave, a definição fundamental do cálculo diferencial e integral diz que a primeira derivada da função deve ser igual a zero (problemas de máximos e mínimos), e, assim, o coeficiente de sustentação de projeto C_L^* pode ser obtido da seguinte forma.

$$\frac{C_{D0} + K \cdot C_L^{*2}}{C_L^*} \frac{d}{dC_L^*} = 0 \quad (6d)$$

Essa equação reduz o sistema a um único ponto no qual a tangente de θ assume o seu máximo valor e conseqüentemente a eficiência aerodinâmica da aeronave também será máxima, portanto, rearranjando os termos da equação tem-se que,

$$C_L^{*-1} \cdot (C_{D0} + K \cdot C_L^{*2}) \frac{d}{dC_L^*} = 0 \quad (6e)$$

$$C_L^{*-1} \cdot C_{D0} + K \cdot C_L^* \frac{d}{dC_L^*} = 0 \quad (6f)$$

Derivando a equação tem-se que,

$$-C_{D0} \cdot C_L^{*-2} + K = 0 \quad (6g)$$

$$K = C_{D0} \cdot C_L^{*-2} \quad (6h)$$

$$K = \frac{C_{D0}}{C_L^{*2}} \quad (6i)$$

E assim, o coeficiente de sustentação que maximiza a eficiência aerodinâmica da aeronave pode ser escrito da seguinte forma,

$$C_L^* = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} \quad (6j)$$

com correspondente coeficiente de arrasto dado por,

$$C_D^* = C_{D0} + K \cdot C_L^{*2} \quad (7)$$

e a eficiência aerodinâmica máxima da aeronave calculada para o ponto de projeto é dada por,

$$E_{máx} = \frac{C_L^*}{C_D^*} \quad (8)$$

Durante a análise realizada no presente artigo se considerou que o arrasto parasita da aeronave coincide com o mínimo arrasto, ou seja, o vértice da parábola coincide com o valor de C_{D0} para uma condição de $C_L = 0$. Porém essa situação é utilizada para aeronaves que possuem asas com perfil simétrico, para o caso de asas arqueadas quando a aeronave se encontra no ângulo de ataque para sustentação nula $\alpha_{L=0}$, o arrasto parasita tende a ser maior que o mínimo arrasto da aeronave que geralmente neste caso ocorre para um ângulo de ataque maior que $\alpha_{L=0}$. Desse modo, a polar de arrasto característica assume uma forma similar à mostrada na Figura 5 e a Equação (9) é utilizada para o cálculo da polar de arrasto da aeronave.

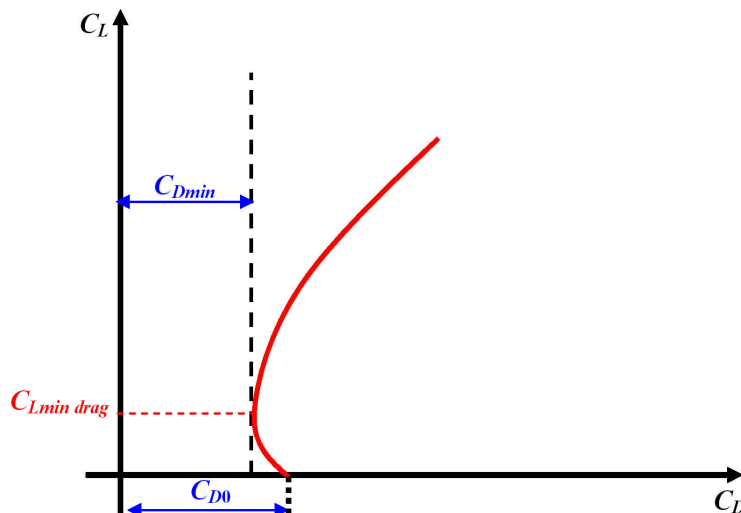


Figura 5 – Polar de arrasto não simétrica.

$$C_D = C_{Dmin} + K(C_L - C_{Lmin\ drag})^2 \quad (9)$$

Normalmente na prática a diferença entre os valores de C_{D0} e C_{Dmin} é muito pequena e pode ser desprezada durante os cálculos sem acarretar interferências importantes no desempenho da aeronave.

3 - Exemplo de aplicação do modelo apresentado

Considere uma nova aeronave destinada a participar da competição SAE-AeroDesign com as seguintes características geométricas e aerodinâmicas:

Asa trapezoidal;

$$c_r = 0,4 \text{ m};$$

$$c_t = 0,2 \text{ m};$$

$$S = 0,75 \text{ m}^2;$$

$$b = 2,5 \text{ m};$$

$$C_{Lmáx} = 2,0;$$

$$C_{D0} = 0,045.$$

Em função dos parâmetros apresentados, pode-se traçar a curva polar de arrasto dessa aeronave com a utilização do modelo proposto no presente artigo da seguinte forma:

O primeiro ponto que deve ser determinado é o alongamento da asa que pode ser obtido a partir da solução da equação apresentada a seguir, assim:

$$AR = \frac{b^2}{S}$$

$$AR = \frac{2,5^2}{0,75}$$

$$AR = 8,33$$

A relação de afilamento que representa o quociente entre a corda na raiz e a corda na ponta da asa é obtida do seguinte modo:

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r}$$

$$\lambda = \frac{0,2}{0,4}$$

$$\lambda = 0,5$$

Conhecidos os valores do alongamento e da relação de afilamento é possível se determinar o fator de arrasto induzido e o fator de eficiência de envergadura a partir do gráfico proposto por Anderson e representado na figura a seguir.

A análise do gráfico da Figura 6 mostra que o fator de arrasto induzido é $\delta = 0,018$.

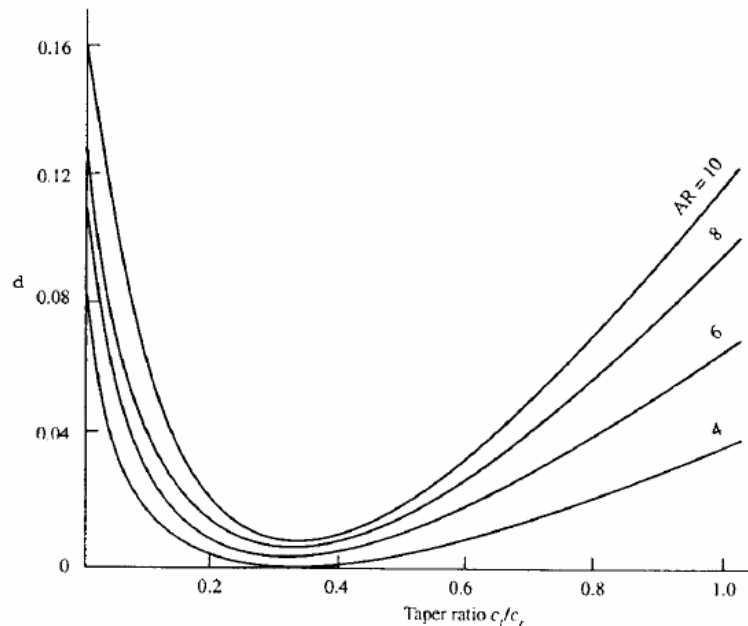


Figura 6 – Fator de arrasto induzido.

O fator de eficiência de envergadura é calculado a seguir segundo metodologia proposta por Anderson.

$$e = \frac{1}{1 + \delta}$$

$$e = \frac{1}{1 + 0,018}$$

$$e = 0,982$$

Pela solução da Equação (5), chega-se ao valor do coeficiente de Oswald para a aeronave.

$$e = 0,75 \cdot e$$

$$e = 0,75 \cdot 0,982$$

$$e = 0,736$$

Com a solução da Equação (4), determina-se o valor da constante de proporcionalidade K .

$$K = \frac{1}{\pi \cdot e_0 \cdot AR}$$

$$K = \frac{1}{\pi \cdot 0,736 \cdot 8,33}$$

$$K = 0,05194$$

Portanto, a equação que define a polar de arrasto dessa aeronave pode ser escrita da seguinte forma.

$$C_D = 0,045 + 0,05194 \cdot C_L^2$$

Para o traçado do gráfico é necessário inicialmente se montar uma tabela de dados com o C_L variando de 0 até $C_{Lmáx}$. No problema proposto, a tabela será montada considerando um incremento de 0,2 nos valores do C_L , porém é importante citar que quanto maior o número de pontos avaliados mais precisa será a curva obtida.

Antes de se apresentar a tabela resultante da análise, será mostrado o cálculo que foi realizado para a obtenção dos dois primeiros pontos da curva.

Para $C_L = 0$

$$C_D = 0,045 + 0,05194 \cdot 0$$

$$C_D = 0,045$$

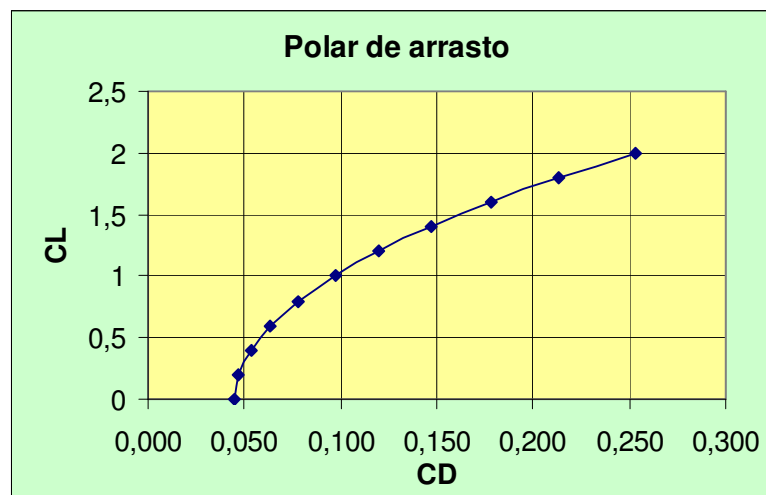
Para $C_L = 0,2$

$$C_D = 0,045 + 0,05194 \cdot 0,2^2$$

$$C_D = 0,047$$

Este procedimento deve ser repetido para cada ponto a ser avaliado durante a construção do gráfico. A tabela resultante da análise é apresentada a seguir juntamente com o respectivo gráfico da polar de arrasto dessa aeronave.

C_L	C_D
0	0,045
0,2	0,047
0,4	0,053
0,6	0,064
0,8	0,078
1	0,097
1,2	0,120
1,4	0,147
1,6	0,178
1,8	0,213
2	0,253



O coeficiente de sustentação de projeto é obtido pelo cálculo da Equação (6j).

$$C_L^* = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$$

$$C_L^* = \sqrt{\frac{0,045}{0,05194}}$$

$$C_L^* = 0,93$$

O correspondente coeficiente de arrasto é.

$$C_D^* = C_{D0} + K \cdot C_L^2$$

$$C_D^* = 0,045 + 0,05194 \cdot 0,93^2$$

$$C_D^* = 0,089$$

E por fim a eficiência máxima da aeronave é dada por.

$$E_{máx} = \frac{C_L^*}{C_D^*}$$

$$E_{máx} = \frac{0,93}{0,089}$$

$$E_{máx} = 10,44$$

Esse resultado indica que para esta condição de voo, a aeronave é capaz de gerar 10,44 vezes mais sustentação do que arrasto.

Este exemplo procurou mostrar de forma clara e objetiva como estimar a polar de arrasto de uma aeronave, porém outros métodos podem ser encontrados na literatura aeronáutica. É importante citar que o modelo apresentado é válido apenas para escoamento subsônico e que os resultados obtidos são muito satisfatórios para o proposto do projeto AeroDesign.

4 - Conclusões

No presente artigo foi apresentado um modelo analítico para a determinação e traçado da polar de arrasto de uma aeronave leve operando em regime de voo subsônico destinada a participar da competição SAE-AeroDesign. Como principais conclusões do modelo apresentado podem-se citar:

- a) O modelo apresentado permite estimar com boa precisão a equação e a curva que representa a polar de arrasto da aeronave em estudo.
- b) O método apresentado pode ser aplicado para o projeto aerodinâmico e de desempenho de qualquer aeronave operando em condições de voo em regime subsônico.
- c) a determinação da polar de arrasto permite ao projetista determinar importantes características de desempenho da aeronave a partir da utilização do ponto de máxima eficiência aerodinâmica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDERSON, JOHN. D., *Aircraft Performance and Design*, McGraw-Hill, Inc. New York 1999.
- ANDERSON, JOHN. D. *Fundamentals of Aerodynamics*. 2ª Ed, McGraw-Hill, Inc. New York 1991.
- ANDERSON, JOHN. D. *Introduction to Flight*. 3ª Ed, McGraw-Hill, Inc. New York 1989.
- KROES, M. J., & RARDON, R. J., *Aircraft Basic Science*. 7ª Ed, McGraw-Hill, Inc. New York 1998.
- McCORMICK, BARNES. W. *Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics*. 2ª Ed, John Wiley & Sons, Inc. New York 1995.

RAYMER, DANIEL, P. *Aircraft design: a conceptual approach*, AIAA, Washington, 1992.

ROSKAM. JAN, *Airplane aerodynamics and performance*, DARcorporation, University of Kansas, 1997.